3F1-6

動的な多目的分散制約最適化問題に関する一検討

A Study for Solving a Dynamic Multi-Objective Distributed Constraint Optimization

沖本天太[*1*2] 井上克巳[*2]
Tenda Okimoto Katsumi Inoue

[*1]新領域融合研究センター [*2]国立情報学研究所
Transdisciplinary Research Integration Center National Institute of Informatics

Many real world problems involve multiple criteria that should be considered separately and optimized simultaneously. A Multi-Objective Distributed Constraint Optimization Problem (MO-DCOP) is the extension of a mono-objective Distributed Constraint Optimization Problem (DCOP). A DCOP is a fundamental problem that can formalize various applications related to multi-agent cooperation. A DCOP consists of a set of agents, each of which needs to decide the value assignment of its variables so that the sum of the resulting rewards is maximized. An MO-DCOP is a DCOP which involves multiple criteria. Most research has focused on developing algorithms for solving static problems. However, Many real world problems are dynamic. In this paper, we focus on a change of objectives and model a Dynamic MO-DCOP (DMO-DCOP) which is defined by the sequence of static MO-DCOPs. Furthermore, we develop the first algorithm for DMO-DCOPs. The characteristics of this algorithm are as follows: (i) it is a reused algorithm which finds Pareto solutions for all MO-DCOPs in the sequence using the information of previous solutions, (ii) it utilizes the AOF technique which is the widely used classical method to find Pareto solutions, and (iii) the complexity of this algorithm is determined by the induced width of problem instances.

1. 序論

実世界に存在する様々な最適化問題では，異なる評価基準を同時に考慮する場合が存在する．多目的分散制約最適化問題 (Multi-Objective Distributed Constraint Optimization Problem, MO-DCOP) [Fave 11] は，異なる評価基準をもつ複数の目的関数が存在する分散制約最適化問題 (Distributed Constraint Optimization Problem, DCOP) [Modi 05] である．DCOP とは，制約最適化問題 (Constraint Optimization Problem, COP) [Schiex 95] における変数および制約が複数のエージェントに分散された問題である．各エージェントは自身の変数をもち，ある目的関数を最大化するように変数への割当を決定する．MO-DCOP では，一般には，複数の異なる目的関数間にトレードオフの関係が存在するため，すべての目的関数を同時に最大化するような割当は存在しない．そこで，MO-DCOP では，パレート最適性の概念を用いて最適解を特徴づける．ある割当がパレート解であるとは，すべての評価基準において，その割当によって得られる利得ベクトルを改善するような他の割当が存在しないことを意味する．MO-DCOP を解くとは，パレートフロントを求めることである．パレートフロントとは，パレート解によって得られる利得ベクトルの集合である．DCOP の多くの応用問題が複数の評価基準をもつことで MO-DCOP として拡張可能であり，代表的なものに無人偵察機間の無線通信網 [Sivakumar 10] がある．

実問題の多くは動的に変化するため，動的環境における MO-DCOP のモデル化は重要である．動的な DCOP に関する既存研究はいくつか存在する [Petcu 07, Yeoh 11]．動的な DCOP はエージェント数，制約数，利得が動的に変化する DCOPs の系列として定義される．一方，MO-DCOP を動的環境へと拡張した研究は，著者らの知るかぎりほとんど存在しない．

動的な MO-DCOP の実問題として，ソーシャルネットワーク (SNS) 上のサイバーセキュリティー問題を挙げる．セキュリティーやプライバシーの問題はインターネットユーザにとって重要な問題である．特に，情報社会におけるプライバシー保護に対する関心は近年急速に高まりを見せており，2005 年に全面執行された個人情報保護法ならびに個人情報保護関連法を中心とした関連法制度の整備が進められている．SNS 上で，各個人の代理人としてエージェントが存在する状況を考える．各エージェントは自身のプライバシーに加え，SNS 全体のセキュリティーも高めたいとする．このような制約ネットワークで最適化問題を解決するとき，MO-DCOP を用いて問題を解くことが可能である．さらに，ある時点ではセキュリティーのみを重視し，次の時点ではセキュリティーに加え，プライバシーも同時に考慮するような問題，すなわち，MO-DCOP における目的数が動的に変化するような問題を考えた場合，このような問題は動的な MO-DCOP を用いて定式化できる．

本論文では，MO-DCOP の目的関数の動的変化に着目し，動的な多目的分散制約最適化問題 (Dynamic MO-DCOP, DMO-DCOP) を定式化する．DMO-DCOP は，いくつかの MO-DCOP からなる系列として定義される．この問題では，目的関数の数のみが動的に変化し，各問題は同じ制約グラフをもつ．さらに，MO-DCOP の解法 (Dynamic Programming based on AOF-technique, DP-AOF) および，DMO-DCOP の解法 (Dynamic Programming based on Reused-technique, DPR) を提案する．DP-AOF は, m を MO-DCOP の目的数として, パレート解を求める古典的手法である線形化加重和法 (AOF) [Miettinen 99] を用いて，$2m-1$ 個のパレート解を求める．AOF とは多目的最適化問題のパレート解を求めるスカラー化手法である．DPR は，DP-AOF をベースとしており，既に求めた問題の解の情報を用いて系列内の問題を順に解いていく．最後に，DP-AOF と DPR の計算量について述べる．

動的な DCOP に関する既存研究はいくつか存在し [Petcu 07, Yeoh 11]，そのほとんどが問題の系列が事前に与えられているものを対象としている研究である．本モデルは，問題の系列が事前に与えられているが，次の問題で目的関数がいくつ追加／削除されるかは考慮していない．

連絡先: 国立情報学研究所, 101-8430 東京都千代田区一ツ橋 2-1-2, {tenda, inoue}@nii.ac.jp

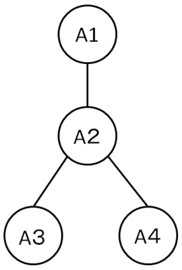

図 1: MO-DCOP の例.

表 1: 利得表

Ai	Aj	(security, privacy)
a	a	(1,0)
a	b	(2,3)
b	a	(3,2)
b	b	(0,1)

2. 準備

2.1 多目的分散制約最適化問題

多目的分散制約最適化問題 (Multi-objective Distributed Constraint Optimization Problem, MO-DCOP) [Fave 11] とは，異なる評価基準をもつ複数の目的関数が存在する分散制約最適化問題 [Modi 05] である．この問題は，エージェントの集合 S，変数の集合 X，制約の集合からなる集合 $\{C^1, \ldots, C^m\}$，目的関数の集合からなる集合 $\{O^1, \ldots, O^m\}$ により定義される．各 C^l $(1 \leq l \leq m)$ は目的 l に関する制約の集合を表す．各 O^l は目的 l に関する利得関数の集合を表す．エージェント i は自身の変数 x_i をもつ．x_i は離散有限集合 D_i に含まれる変数値を取る．制約 (i, j) は x_i と x_j の間に制約があることを示す．各目的 l に関して，制約で関係する 2 変数についての，ある割当 $\{(x_i, d_i), (x_j, d_j)\}$ の利得は，利得関数 $r^l_{i,j} : D_i \times D_j \rightarrow \mathbb{R}$ により定義される．目的 l および，すべての変数への割当 A に関して，$R^l(A) = \sum_{(i,j)\in C^l, \{(x_i,d_i),(x_j,d_j)\}\subseteq A} r^l_{i,j}(d_i, d_j)$ を目的 l に関する利得関数の合計値として，問題の解は利得ベクトル $R(A) = (R^1(A), \ldots, R^m(A))$ により定義される．すべての目的関数を同時に最大化するような割当が存在すれば理想的であるが，一般には，目的関数間にトレードオフの関係があるため，そのような割当は存在しない．そのため，MO-DCOP では，パレート最適性の概念を用いて最適解を特徴づける．

本論文では，エージェントと変数が一対一に対応することから，記述の簡略化のために，必要に応じて両者の区別をせずに用いる．各目的に関して，すべての利得は非負とする．MO-DCOP は変数をノードに，制約をノード間のエッジに対応させることにより，グラフ (制約グラフ) を用いて表現可能である．

定義 1 (支配)．MO-DCOP に関して，$R(A)$ および $R(A')$ を割当 A および A' によって得られる利得ベクトルとし，(i) すべての目的 l に関して $R^l(A') \leq R^l(A)$ かつ，(ii) 少なくとも 1 つの l' に関して $R^{l'}(A') < R^{l'}(A)$ が成立するとき，$R(A)$ は $R(A')$ を支配するといい $R(A') \prec R(A)$ と記述する．

定義 2 (パレート解)．ある割当 A がパレート最適であるとは，$R(A) \prec R(A')$ が成立するような割当 A' が存在しないことを意味する．また，パレート最適な割当をパレート解と呼ぶ．

定義 3 (パレートフロント)．パレート解によって得られる利得ベクトルの集合をパレートフロントと呼ぶ．MO-DCOP を解くとはパレートフロントを求めることである．

例 1 (多目的分散制約最適化問題)．図 1 は security および privacy を評価基準としてもつ 2 目的分散制約最適化問題を表す．各エージェント A_i は離散有限集合 $\{a, b\}$ の値を取る．各制約の利得ベクトルは利得表 1 で与えられているものとする．ただし，ここでは $i < j$ とする．security および privacy は目的 1 および 2 における利得を表す．例えば，すべてのエージェントが a を実行した場合，得られる解は $\{(3, 0)\}$ となる．このとき，security のレベルは高いが，puraivacy は全く守れないという解になる．この問題のパレート解は $\{\{(x_1, a), (x_2, b), (x_3, a), (x_4, a)\}$, $\{(x_1, b), (x_2, a), (x_3, b), (x_4, b)\}\}$ であり，パレートフロントは $\{(8, 7), (7, 8)\}$ である．

2.2 線形化加重和法 (AOF)

多目的最適化問題のパレート解を求める古典的手法に線形化加重和法 (Aggregate Objective Function, AOF) がある [Miettinen 99]．この手法はスカラー化手法の 1 つであり，各目的関数に重みを与えることにより，単一の重み付き目的関数を作り，その最適解を求める．具体的には，多目的最適化問題の m 個の目的関数 $(o^1, \ldots, o^m)$ に関して，重み $\alpha = (\alpha_1, \ldots, \alpha_m), \sum_{1\leq i\leq m} \alpha_i = 1, \alpha_i > 0$ を与え，m 個の重み付き目的関数 $\alpha_1 o^1, \ldots, \alpha_m o^m$ を用いて，単一の重み付き目的関数 $\alpha_1 o^1 + \ldots + \alpha_m o^m$ を作り，その最適解を求める．AOF では，パレートフロントが凸の場合は，すべてのパレートフロントが求解可能である．しかしながら，パレートフロントが凹の場合は，凹部分のパレートフロントが求解できない．

定理 1．多目的最適化問題に関して，AOF を用いて得られる最適解は元の問題のパレート解である [Miettinen 99]．

本論文では， 定理 1 を変数が離散値を取る MO-DCOP に適用する．証明に関しては, 文献 [Miettinen 99] とほとんど変わらないため，ここでは割愛する．

3. 動的な多目的分散制約最適化問題

動的な多目的分散制約最適化問題 (Dynamic MO-DCOP, DMO-DCOP) は, k 個の MO-DCOPs からなる系列

$$< MO - DCOP_0, MO - DCOP_1, ..., MO - DCOP_{k-1} >$$

として定義される．本研究では，各 MO-DCOP$_i$ $(0 \leq i \leq k-1)$ の目的関数のみが動的に変化する問題を対象とする．この問題では，いくつかの新しい目的関数が追加／削除されるが，各問題における変数および制約の数は変化しない．$DMO-DCOP$ を解くとは，PF_i を MO-DCOP$_i$ のパレートフロントとして，シーケンス内のすべての MO-DCOPs のパレートフロントの集合 $\mathbb{PF}$=$\{$PF$_0$,PF$_1$,...,PF$_{k-1}\}$ を求めることである．

単一目的の動的な分散制約最適化問題に関する既存研究はいくつか存在し [Petcu 07, Yeoh 11]，そのほとんどが問題の系列が事前に与えられているものを対象としている研究 (プロアクティブなアプローチ) である．これに対し，問題の系列が事前にはわからないもの (リアクティブなアプローチ) がある．本モデルは，問題の系列が事前に与えられているが，次に目的関数がいくつ追加／削除されるかは考慮していない．

4. DMO-DCOP の解法

本章では，まず MO-DCOP の解法 (Dynamic Programming based on AOF-technique, DP-AOF) を提案する．DP-AOF は，m を MO-DCOP の目的数として，AOF を用いて $2m-1$ 個のパレート解を求める．次に，DMO-DCOP の解法 (Dynamic Programming based on Reused-technique, DPR) を提案する．DPR は，MO-DCOP の系列内の MO-DCOPs を既に求めた解の情報を用いて，$2m-1$ 個のパレート解を順に求める．最後に，DP-AOF および DPR の計算量をそれぞれ与える．

Algorithm 1 DPR

1 Given : <MO-DCOP$_0$,...,MO-DCOP$_{k-1}$ >, $\mathbb{PF}=\emptyset$
2 Solve initial MO-DCOP$_0$ by DP-AOF
3 $\mathbb{PF}=\{PF_0\}$ // Pareto front of MO-DCOP$_0$
4 **for each** $i = 1, \ldots, k-1$
5 **if** objectives are removed **then**
6 　Remove the dominated solution from PF$_{i-1}$
7 　Add PF$_i$ in $\mathbb{PF}$
8 **else** // new objectives are added
9 　Solve MO-DCOP$_i$ by DP-AOF using PF$_{i-1}$
10 　Add PF$_i$ in $\mathbb{PF}$
11 **end if**
12 **end for**

4.1　解法の概要

はじめに MO-DCOP の解法 (DP-AOF) について述べる．この解法は以下の 2 つの段階から構成される．

段階 1 ：各目的関数の最適解を独立に求める．

段階 2 ：段階 1 で得られた最適解の情報を用いて，単一の重み付き目的関数を作り，その最適解を求める．

段階 1 では，DCOP の任意の厳密解法を用いて，m 個の重み付き目的関数の最適解を独立に求める．具体的には，m 個の目的関数 $(o^1, \ldots, o^m)$ に対して，m 個の重み $(1, 0, \ldots, 0)$, $\ldots$, $(0, \ldots, 0, 1)$ をそれぞれ与えることにより，m 個の重み付き目的関数 $o^1, \ldots, o^m$ の最適解を求める．このとき，得られる m 個の最適値をそれぞれ $R^1_{max}, \ldots, R^m_{max}$ と記述する．

段階 2 では，各目的関数に対して，段階 1 で得られた $R^1_{max}, \ldots, R^m_{max}$ を用いて，重み付き目的関数

$$\frac{R^1_{max}}{R^1_{max} + \ldots + R^m_{max}} \times o^1 + \ldots + \frac{R^m_{max}}{R^1_{max} + \ldots + R^m_{max}} \times o^m$$

を作り，その最適解を求める．定理 1 より，本解法 (段階 1 および 2) によって得られる $2m-1$ 個の最適解は，元の問題である MO-DCOP のパレート解であることを保証する．本研究では，重み付き目的関数を求める DCOP の任意の厳密解法として，動的計画法に基づく DPOP [Petcu 05] を用いる．

DP-AOF は，直感的には，各目的を最大化するようなパレート解およびパレートフロントの極大値を求めている．また，この解法は，パレートフロントが凸の場合は，$2m-1$ 個のパレート解が求解可能である．しかしながら，パレートフロントが凹の場合は，求解可能なパレート解の個数は $2m-1$ 以下となる．

次に，DMO-DCOP の解法 (DPR) について述べる．この解法の疑似コードを Algorithm 1 に示す．まず，DMO-DCOP における初期問題 MO-DCOP$_0$ を DP-AOF を用いて求め (line 2)，得られたパレートフロント PF$_0$ を $\mathbb{PF}$ に加える (line 3)．次に MO-DCOP$_1$ から順に問題を解いていく (line 4-12)．MO-DCOP$_1$ では，目的関数が削除／追加されているかをチェックする (line 5,8)．目的関数が削除されている場合は，PF$_0$ の各利得ベクトルにおいて，削除された目的関数の値を取り除く．次に，PF$_0$ 内で支配されている利得ベクトルを取り除く．残った利得ベクトルの集合を PF$_1$ とし，$\mathbb{PF}$ に加える (line 6,7)．

新しい目的関数が追加されている場合は，(i) 追加された目的関数の最適解を DP-AOF (段階 1) を用いて求める．(ii) MO-DCOP$_0$ のパレート解を用いて MO-DCOP$_1$ における利得ベクトルを計算する．(iii) (i) および (ii) で得られた利得ベクトルを用いて，新しい重み付き目的関数を作り，その最適値を求める (DP-AOF (段階 2))(line 9)．(i)-(iii) で得られるパレート解によって得られる利得ベクトルの集合を PF$_1$ として $\mathbb{PF}$ に加える (line 10)．以上の操作を，$i = 2$ のときは PF$_1$，$i = 3$ のときは PF$_2$ の情報を用いて $i = k-1$ まで繰り返す．

本解法は事前に求めた問題の情報を用いて次の問題を解くため，系列内の各問題を新しい問題として解いていくナイーブな方法と比べ，効率的な解法である．DMO-DCOP の系列 <MO-DCOP$_0$, MO-DCOP$_1$, ... , MO-DCOP$_{k-1}$ > に関して，MO-DCOP$_{i-1}$ および MO-DCOP$_i$ の目的数を m_{i-1} および m_i とする $(1 \leq i \leq k-1)$．ここでは，簡単化のため $\mid m_i - m_{i-1} \mid = 1$，すなわち，MO-DCOP$_i$ は MO-DCOP$_{i-1}$ から，ある (1 つの) 目的関数を削除した問題，もしくは，MO-DCOP$_{i-1}$ に，ある (1 つの) 目的関数を追加した問題とする．

$m_i < m_{i-1}$ の場合について述べる．MO-DCOP$_i$ は MO-DCOP$_{i-1}$ から，ある 1 つの目的関数，o^h とする，が削除された問題とする．簡単化のため，MO-DCOP$_{i-1}$ に関して，$(o^1, .., o^h, ..., o^{m_{i-1}})$ を目的関数として，パレートフロントを PF$_{i-1}$ $= \{(R^1_{max}, 0, ., 0^h, .., 0)$,..., $(0, ..., 0, R^h_{max}, 0, ..., 0)$,..., $(0, ..., 0^h, ..., R^{m_{i-1}}_{max})$, $(r^1, ..., r^h, ..., r^{m_{i-1}})\}$ とする．0^h は目的 h の利得が 0 であることを表す．また，$(r^1, ..., r^h, ..., r^{m_{i-1}})$ は，DP-AOF (段階 2) で得られたパレート解によって得られる利得ベクトルを表す．このとき，PF$_i$ は PF$_{i-1}$ 内の各利得ベクトルの目的 h の値を取り除いた利得ベクトルの集合となる．PF$_{i-1}$ 内の利得ベクトル $(0, ..., 0, R^h_{max}, 0, ..., 0)$ は，ゼロからなる利得ベクトルとなるため，その他の利得ベクトルに支配される．したがって，PF$_i$ は $\{(R^0_{max}, 0, ..., 0^{h-1}, 0^{h+1}, ..., 0)$,..., $(0, ..., 0^{h-1}, 0^{h+1}, ..., R^{m_{i-1}}_{max})$, $(r^1, ..., r^{h-1}, r^{h+1}, ..., r^{m_{i-1}})\}$ となり，明らかに，これらの利得ベクトルは互いを支配しない．このように，本解法では，PF$_{i-1}$ 内の支配される利得ベクトルを取り除くことにより，MO-DCOP$_i$ の PF$_i$ を求める．

例 2. 例 1 を DMO-DCOP の初期問題 MO-DCOP$_0$ とする．このとき，DP-AOF によって得られるパレート解およびパレートフロントは $\{\{(x_1, a), (x_2, b), (x_3, a), (x_4, a)\}, \{(x_1, b),$ $(x_2, a), (x_3, b), (x_4, b)\}\}$ および $\{(8, 7), (7, 8)\}$ である．表 2 を MO-DCOP$_1$ の利得表とする．すなわち，MO-DCOP$_1$ では，MO-DCOP$_0$ から目的関数 o^2 (privacy) が削除されている．本解法では，PF$_0 = \{(8, 7), (7, 8)\}$ 内の各利得ベクトルの目的 2 の値を取り除き，目的 1 の値を比べ，PF$_1 = \{8\}$ を求める．また，このときのパレート解 $\{\{(x_1, a), (x_2, b), (x_3, a), (x_4, a)\}$ も同時に記憶する．

$m_i > m_{i-1}$ の場合について述べる．MO-DCOP$_i$ は MO-DCOP$_{i-1}$ に新しく 1 つの目的関数，o^{m_i} とする，が追加された問題とする．簡単化のため，MO-DCOP$_{i-1}$ に関して，PF$_{i-1}$ を $\{(R^1_{max}, 0, .., 0)$,..., $(0, ..., 0, R^{m_{i-1}}_{max})$, $(r^1, ..., r^{m_{i-1}})\}$ とする．MO-DCOP$_i$ は MO-DCOP$_{i-1}$ に o^{m_i} が追加された問題である．DP-AOF を用いて得られる MO-DCOP$_i$ のパレートフロント PF$_i$ を $\{(R^1_{max}, 0, .., 0, q^{m_i}_1)$,..., $(0, ..., 0, R^{m_{i-1}}_{max}, q^{m_i}_{m_{i-1}})$, $(r^1, ..., r^{m_{i-1}}, r^{m_i})$, $(0, ..., R^{m_i}_{max})$, $(s^1, ..., s^{m_i})\}$ とする．$(0, ..., R^{m_i}_{max})$ および $(s^1, ..., s^{m_i})$ は DP-AOF の段階 1 および 2 によって得られる利得ベクトルを表す．また，$q^{m_i}_1, ..., q^{m_i}_{m_{i-1}}$ および r^{m_i} は MO-DCOP$_{i-1}$ のパレート解によって得られる目的 m_i の利得を表す．明らかに，$R^1_{max}, ..., R^{m_i}_{max}$ を含む利得ベクトルは，他の利得ベクトルに支配されない．また，$(r^1, ..., r^{m_{i-1}}, r^{m_i})$ および $(s^1, ..., s^{m_i})$ は，$(s^1, ..., s^{m_i})$ が $(r^1, ..., r^{m_{i-1}}, r^{m_i})$ を支配する場合を除き，その他の利得

表 2: 目的数が 1 に減少

Ai	Aj	(security)
a	a	1
a	b	2
b	a	3
b	b	0

表 3: 目的数が 3 に増加

Ai	Aj	(security, privacy, functionality)
a	a	(1,0,2)
a	b	(2,3,4)
b	a	(3,2,1)
b	b	(0,1,0)

ベクトルに支配されない [*1]．このように，本解法では，PF_{i-1} の情報を利用することにより，MO-DCOP$_i$ の PF$_i$ を求める．また，$m_i = m_{i-1}$ の場合は，MO-DCOP$_{i-1}$ と MO-DCOP$_i$ は同じ問題であるため，PF$_{i-1}$ と PF$_i$ は同じである．

例 3. 例 1 を DMO-DCOP の初期問題 MO-DCOP$_0$ とする．このとき，PF$_0$ $= \{(8,7),(7,8)\}$ である．表 3 を MO-DCOP$_1$ の利得表とする．すなわち，MO-DCOP$_1$ では，MO-DCOP$_0$ に目的関数 o^3 (functionality) が追加されている．本解法では，DP-AOF (段階 1) を用いて，目的関数 o^3 のパレート解 $\{\{(x_1,a),(x_2,a),(x_3,b),(x_4,b)\}$ および利得ベクトル $\{(5,6,10)\}$ を求める．次に，MO-DCOP$_0$ のパレート解 $\{\{(x_1,a),(x_2,b),(x_3,a),(x_4,a)\}$, $\{(x_1,b),(x_2,a),(x_3,b),(x_4,b)\}\}$ を用いて，MO-DCOP$_1$ で得られる利得ベクトル $\{(8,7,6),(7,8,9)\}$ を計算する．最後に，DP-AOF (段階 2) を用いて，重み付き目的関数の最適解 (パレート解) $\{\{(x_1,b),(x_2,a),(x_3,b),(x_4,b)\}$ および利得ベクトル $\{(7,8,9)\}$ を求める．以上より，MO-DCOP$_1$ のパレート解は $\{\{(x_1,a), (x_2,b), (x_3,a), (x_4,a)\}, \{(x_1,b), (x_2,a), (x_3,b), (x_4,b)\}, \{(x_1,a), (x_2,a), (x_3,b), (x_4,b)\}\}$ となり，PF$_1$ は $\{(8,7,6),(7,8,9),(5,6,10)\}$ となる．

4.2 計算量

本解法は DMO-DCOP の初期問題 MO-DCOP$_0$ を解く．DP-AOF の計算量は $O((2m-1)\times \mid D_{max} \mid^{w*})$ となる．ここで，m は MO-DCOP$_0$ の目的関数の数，$\mid D_{max} \mid$ は最大ドメイン数，w^* は問題の誘導幅 [Dechter 03] を表す．誘導幅とは (分散) 制約最適化問題の解法の複雑度を決定する指標である．例えば，グラフが木の場合の誘導幅は 1，n 個のノードからなる完全グラフの誘導幅は $n-1$ となる．

DMO-DCOP の系列 <MO-DCOP$_0$,..., MO-DCOP$_{k-1}$ > に関して，MO-DCOP$_{i-1}$ および MO-DCOP$_i$ の目的数を m_{i-1} および m_i とする ($1 \leq i \leq k-1$). (i) $\mathrm{m}_{i-1} > m_i$ の場合，すなわち，MO-DCOP$_i$ が MO-DCOP$_{i-1}$ から，いくつかの目的関数を取り除いた問題であるとき，本解法の計算量は $O(\mid PF_{i-1} \mid^2)$ となる．(ii) $m_{i-1} < m_i$ の場合，すなわち，MO-DCOP$_i$ がいくつかの目的関数を追加した問題であるとき，計算量は $O(((m_i - m_{i-1})+1)\times \mid D_{max} \mid^{w*})$ となる．

*1 一般に，パレートフロントが凸の場合，両者は異なるが，片方が他方を支配する場合もある．パレートフロントが凹の場合，両者は支配関係，もしくは，他の利得ベクトルと同じになる場合もある．このようなときは，ヒューリスティックを用いて，PF$_i$ 内の支配されている利得ベクトルを取り除く．紙面の都合上，詳細は割愛する．

5. 結言

本論文では，多目的分散制約最適化問題 (MO-DCOP) の目的関数の動的変化に着目し，動的な多目的分散制約最適化問題 (DMO-DCOP) の定式化を行った．この問題は，いくつかの MO-DCOP からなる系列として定義される．さらに，MO-DCOP の解法 (Dynamic Programming based on AOF-technique, DP-AOF) および，DMO-DCOP の解法 (Dynamic Programming based on Reused-technique, DPR) を提案した．DP-AOF は, m を MO-DCOP の目的数として, パレート解を求める古典的手法である線形化加重和法 (AOF) を用いて，$2m$ - 1 個のパレート解を求める．DPR は，DP-AOF をベースとしており，既に求めた問題の解の情報を用いて，系列内の問題を順に解いていく．また本解法の計算量について述べた．

今後の課題として，本解法の評価実験を行う．特に，DMO-DCOP の各問題を新しい問題として解くナイーブな解法との実行時間を比較する．また，パレートフロントの凸凹が実験結果にどれほど影響するかを調べる．さらに，すべてのパレートフロントを求める解法の開発も考えている．その他にも，本解法を拡張し，パレートフロント内のすべての極大値を求める解法の開発も考えている．最後に，実問題として，サイバーセキュリティー問題に取り組む計画である．

参考文献

[Dechter 03] Dechter, R.: *Constraint Processing*, Morgan Kaufmann Publishers (2003)

[Fave 11] Fave, F. M. D., Stranders, R., Rogers, A., and Jennings, N. R.: Bounded Decentralised Coordination over Multiple Objectives, in *AAMAS*, pp. 371–378 (2011)

[Miettinen 99] Miettinen, K.: *Nonlinear Multiobjective Optimization*, Kluwer Academic Publishers, Boston (1999)

[Modi 05] Modi, P., Shen, W., Tambe, M., and Yokoo, M.: Adopt: asynchronous distributed constraint optimization with quality guarantees, *Artificial Intelligence*, Vol. 161, No. 1-2, pp. 149–180 (2005)

[Petcu 05] Petcu, A. and Faltings, B.: A Scalable Method for Multiagent Constraint Optimization, in *IJCAI*, pp. 266–271 (2005)

[Petcu 07] Petcu, A. and Faltings, B.: Optimal Solution Stability in Dynamic, Distributed Constraint Optimization, in *IAT*, pp. 321–327 (2007)

[Schiex 95] Schiex, T., Fargier, H., and Verfaillie, G.: Valued constraint satisfaction problems: Hard and easy problems, in *IJCAI*, pp. 631–639 (1995)

[Sivakumar 10] Sivakumar, A. and Tan, C. K.-Y.: UAV swarm coordination using cooperative control for establishing a wireless communications backbone, in *AAMAS*, pp. 1157–1164 (2010)

[Yeoh 11] Yeoh, W., Varakantham, P., Sun, X., and Koenig, S.: Incremental DCOP Search Algorithms for Solving Dynamic DCOPs, in *AAMAS*, pp. 1069–1070 (2011)