

## システム制御におけるパーティクルフィルタの適用に関する一考察

## A Study on Using Particle Filters in System Control

齋藤 碧 小林 一郎  
Midori Saito Ichiro Kobayashiお茶の水女子大学大学院人間文化創成科学研究科理学専攻  
Advanced Sciences, Graduate School of Humanities and Sciences, Ochanomizu University

The system is controlled by various approaches using the equation of motion. There is however much noise in the real control environment. So, we may not completely enables to approximate such non-linear state with the equation of motion. In recent years, the particle filter is often used for the prediction of non-linear behavior of the systems. In this paper, we propose a method which predicts the states of an inverted pendulum with multiple particle filters and construct a control system that returns the estimated result from observable states to the unobservable states of the system. We examine the system based on our proposed method is robust and stable, and available for the target system.

## 1. はじめに

システムの制御は、運動方程式を用いた様々な手法においてその有効性が示されている。しかし、環境には多くの外乱が含まれており、また、制御対象は不安定で非線形性を含む場合がある。それらを制御するために、非線形の状態を線形近似した運動方程式を用いることが多く、そのような制御系では対応できない場合もある。パーティクルフィルタは制御対象の状態を確率分布で近似して表現する手法であり、近年、システム制御などにも応用され注目を集めている [Stahl 11][西田 10]。また、倒立振子は制御目的が明確であり非線形性を含むため、様々な手法の有用性を示すのに用いられる [Stahl 11], [井上 01], [柏村 08], [山田 04]。

従って本研究では、制御対象を振り子の倒立安定化問題として、振り子の直立状態からの姿勢角と、それに相当する制御量の推定にパーティクルフィルタを用い、外乱に対して頑健かつ運動方程式を用いない制御手法を提案する。

## 2. 関連研究

本章では、振り子の倒立安定化に関する関連研究について紹介する。非線形システムの制御は、非線形フィードバックを用いたものや、非線形性をテイラー展開の一次近似により近似線形化する手法が広く用いられているが、倒立振子は非線形性が強いいためそれらの手法では適応できない場合がある。そこから、非線形フィードバックと座標変換を組合せた手法 [山田 04] があり、シミュレーションにより振り子を真下の状態から振上げ倒立制御を可能とした。その他にも、GA によるファジィ制御ルールを生成する手法 [井上 01] では、倒立振子の対称性を考慮した遺伝アルゴリズムにより自動生成されたファジィルールを、倒立振子の制御ルールに適応している。しかし、実環境に存在する多くの外乱に対して、より非線形性が強くなる振子の倒立安定化制御は、前者の研究では近似線形化法であり厳密な安定性が保証されていない。また、後者は簡略化ファジィ推

論を拡張し高速化を図り、また不必要なファジィルールを削減しているが、逐一外乱に対する新しいファジィルールを設計する必要がある。そのような制御対象の場合、非線形性を積極的に考慮した制御が望ましい。そこで、柏村らの研究 [柏村 08] では、倒立振子の連続空間における強化学習問題をパーティクルフィルタを用いることで、経験に基づいて表現された確率分布から行動を選択する手法を提案している。連続空間にパーティクルフィルタを導入するというアプローチは本研究と関連があるが、実世界の環境で制御を行う場合、連続空間において状態ごとにパーティクルフィルタによる分布を形成し、それぞれ報酬を与えることは計算速度が大きな問題要素となる可能性がある。

従って、本稿では非線形な状態空間を推定可能なパーティクルフィルタを用いて、環境外乱に対してより柔軟であり、倒立振子の対称性を考慮することで計算量を抑えた手法を提案する。また、連続空間を運動方程式により線形近似された制御と提案手法とをシミュレータ上で実験し、性能の比較を行う。

## 3. パーティクルフィルタ

ここで一般的なパーティクルフィルタについて説明する。パーティクルフィルタは状態の確率密度関数に単峰性・ガウス性といった制約はなく、非線形・非ガウス性の状態空間を推定することができる、時系列フィルタの1つである。そのため、非線形性を示す倒立振子の傾き角度の推定に対して柔軟な分布表現が期待できる。パーティクルフィルタは、観測できない状態ベクトル  $\mathbf{x}_t$  を観測可能な観測ベクトル  $\mathbf{y}_t$  から推定する。状態  $\mathbf{x}_t$  と観測値  $\mathbf{y}_t$  は、それぞれ以下に示すシステムモデル (1)、観測モデル (2) によって得られる。

$$\mathbf{x}_t = F_t \mathbf{x}_{t-1} + G_t \mathbf{v}_t \quad (1)$$

$$\mathbf{y}_t = H_t \mathbf{x}_t + \mathbf{w}_t \quad (2)$$

$\mathbf{v}_t$  はシステムノイズ、 $\mathbf{w}_t$  は観測ノイズを表す。 $F_t$ ,  $G_t$ ,  $H_t$  はそれぞれ変数に対応する係数を表す行列である。また、 $K$  個の重み付けされた粒子の集合  $X_t = \{(\mathbf{x}_t^{(k)}, \pi_t^{(k)})\}_{k=1}^K$  で状態  $\mathbf{x}_t$  を表現する。ここで  $\pi_t^{(k)}$  は個々のパーティクルの重みを示している。一般的なパーティクルフィルタのアルゴリズムを以下に示す。

連絡先: 齋藤 碧, お茶の水女子大学大学院人間文化創成科学研究科理学専攻情報科学コース小林研究室, 〒112-8610 東京都文京区大塚 2-1-1, 03-5978-5708, saito.midori@is.ocha.ac.jp

- step1** 初期設定：ランダムな  $K$  個の  $\mathbf{x}_{t-1}$  を生成する。これを初期パーティクルとする
- step2** 予測：式 (1) に従い  $F_t \mathbf{x}_{t-1} + G_t \mathbf{v}_t \rightarrow \mathbf{x}_t$  として  $\mathbf{x}_t$  を予測パーティクルとする
- step3** 尤度計算： $\mathbf{x}_t$  と  $\mathbf{y}_t$  を比較し重み  $\pi_t$  を計算する。但し、 $\sum_{k=1}^K \pi_t^{(k)} = 1$  となるようにする
- step4** リサンプリング： $\pi_t$  に比例した確率で  $\mathbf{x}_t$  を  $K$  個抽出する
- step5** 時間更新： $t \rightarrow t+1$  として step2~step4 を繰り返す

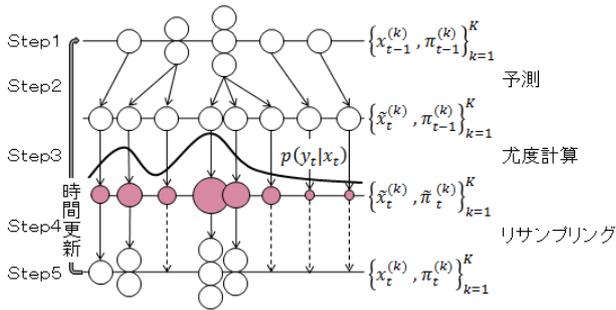


図 1: パーティクルフィルタ

パーティクルフィルタは、図 1 に示すように、予測、尤度計算、リサンプリングを繰り返して時間更新を行う。このようにして、観測値  $\mathbf{y}_t$  を多数の粒子  $X_t$  により追跡していく。

#### 4. 尤度共有による状態推定

システム制御において、実時間内に複雑な制御対象の複数の情報を取得、近似計算をするには制御速度の問題がある。そのため提案手法では、振り子の傾く角度とそれに応じた制御量には依存関係があると仮定し、そのような場合に、1つの観測可能な値から他の値の推定ができるとした。また、一般的なパーティクルフィルタは、観測可能な値に対する追従を行うが、提案手法では複数のパーティクルフィルタを用いることにより観測不可能な値を推定する。これにより、適用するパーティクルフィルタの粒子の集合を  $X_t = \{\hat{\mathbf{x}}_t^{(k)}, \hat{\mathbf{z}}_t^{(k)}, \pi_t^{(k)}\}_{k=1}^K$  として  $\mathbf{x}$  と  $\mathbf{z}$  が依存関係にある場合、 $\mathbf{x}$  のみの観測から  $\mathbf{z}$  の値を推定する。提案手法のアルゴリズムを示す。また、 $\hat{\mathbf{x}}_t, \hat{\mathbf{z}}_t$  はそれぞれ  $\hat{\mathbf{x}}_t, \hat{\mathbf{z}}_t$  に代入されたパーティクルの値を表している。

- step1** 初期設定：ランダムな  $K$  個の  $\hat{\mathbf{x}}_{t-1}, \hat{\mathbf{z}}_{t-1}$  を生成する
- step2** 予測：式 (1) に従い、 $\hat{\mathbf{x}}_{t-1}, \hat{\mathbf{z}}_{t-1}$  にそれぞれノイズを乗せる
- step3** ソート： $\hat{\mathbf{x}}_t, \hat{\mathbf{z}}_t$  をそれぞれ昇順にソートする
- step4** 観測値取得：観測可能な  $\mathbf{x}$  を取得、 $\mathbf{z}$  は観測値なし
- step5** 尤度計算：重み  $\pi_t^{(k)} = p(\mathbf{x}_t | \hat{\mathbf{x}}_t^{(k)}) (1 \leq k \leq K)$  を計算
- step6** 尤度共有：粒子のインデックスに重みを依存した形で  $\hat{\mathbf{z}}$  にも  $\hat{\mathbf{x}}$  と同じ尤度  $\pi$  を与える

- step7** リサンプリング： $\pi_t$  に比例した確率で  $\hat{\mathbf{x}}_t, \hat{\mathbf{z}}_t$  を  $K$  個抽出する
- step8** 時間更新： $t \rightarrow t+1$  として step2~step7 を繰り返す

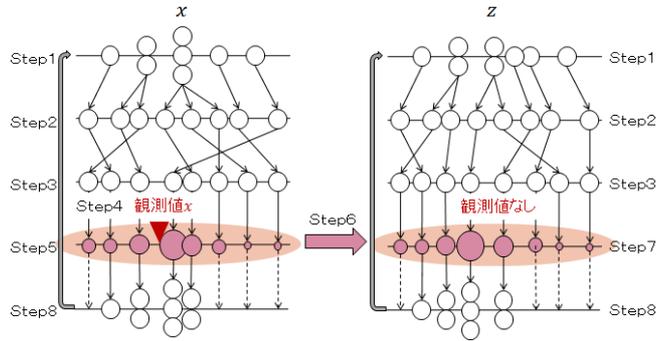


図 2: 尤度を共有する 2 連のパーティクルフィルタ

step1~step2 においては、通常のパーティクルフィルタと同じ操作を行う。step3 において、 $\hat{\mathbf{x}}, \hat{\mathbf{z}}$  それぞれの値は step1 により初期パーティクルがランダムに生成されているため、それぞれのパーティクルの値を昇順に並べ替える。ここでソートを行うことにより、step6 において尤度を共有する際に、 $\pi_t$  を  $\hat{\mathbf{x}}$  のインデックスに依存する形で  $\hat{\mathbf{z}}$  の重みとして共有が可能となる。step7 以降は、 $\hat{\mathbf{x}}, \hat{\mathbf{z}}$  共に通常のパーティクルフィルタと同様である。このように、2つのパーティクルフィルタを用いて、その尤度を共有することにより、観測不能な  $\mathbf{z}$  の推定値  $\hat{\mathbf{z}}$  を  $\mathbf{x}$  から求めることが可能となる。

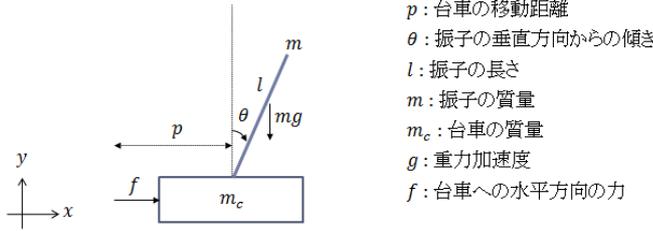
#### 5. 実験：倒立振子の安定化制御

本研究では、倒立振子を制御対象とし、地面に障害物が存在する場合に、運動方程式による制御と提案手法である運動方程式を用いずに振り子の傾きと台車にかかる力をパーティクルフィルタで推定する制御とを比較する。

##### 5.1 実験仕様

実験では文献 [Stahl 11] を参考に、倒立振子の外観 (図 3) や運動方程式を設定した。倒立振子は、上部の回転軸と下部の台車から構成されており、長さ  $l = 0.5(\text{m})$ 、質量  $m = 0.3(\text{kg})$  の回転軸を振り子とみなし、台車の質量  $m_c = 3.0(\text{kg})$  とする。振り子の角度を  $\phi(\text{rad})$  とし、その角速度を  $\dot{\phi}(\text{rad/s})$ 、角加速度を  $\ddot{\phi}(\text{rad/s}^2)$  とする。また、台車の移動距離を  $p(\text{m})$ 、その速度を  $\dot{p}(\text{m/s})$ 、加速度を  $\ddot{p}(\text{m/s}^2)$  とする。重力加速度  $g$  は  $9.8(\text{m/s}^2)$  とした。倒立振子の運動方程式を満たすため、使用シミュレータに物理演算エンジン PhysX を用いた。PhysX は、リアルタイムで物理演算を行い、描画することが可能である。また、外乱を表現するために倒立振子の台車の初期位置付近に一辺  $5.0(\text{mm})$  の立方体を 22 個設置し、反発係数を 0.0、動摩擦係数・静止摩擦係数を 0.5 とした。

また、図 4 は、PhysX 上で動作する倒立振子と付近に設定した外乱の様子を表したものである。



$p$ : 台車の移動距離  
 $\theta$ : 振り子の垂直方向からの傾き  
 $l$ : 振り子の長さ  
 $m$ : 振り子の質量  
 $m_c$ : 台車の質量  
 $g$ : 重力加速度  
 $f$ : 台車への水平方向の力

図 3: 倒立振り子外観

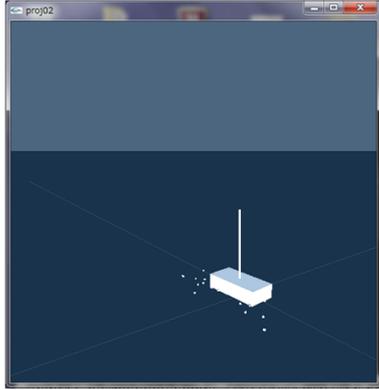


図 4: PhysX 上で動作する倒立振り子 (外乱がある場合)

## 5.2 倒立振り子の対称性を考慮した制御方程式の設定

倒立振り子の制御目的が振り子を垂直状態に安定化させることであれば、倒立振り子システムは状態変数の正負に対して対称な系とみなせることが報告されている [井上 01]。本研究においても、振り子の倒立状態での安定化を目的とするため、倒立振り子の対称性を利用する。対称性を考慮することにより、従来手法よりも計算量の少ない制御が可能になると考えられる。よって、4.において振り子の倒立状態からの傾斜角度の絶対値と相当する制御量をパーティクルフィルタで推定し、振り子の倒れる向きによって制御量の符号を場合分けする。

## 5.3 運動方程式を用いた制御

倒立振り子の運動方程式は以下の式で定義される [Stahl 11]。

$$\ddot{\phi} = \frac{g \sin \phi + \cos \phi \frac{-f - ml\dot{\phi}^2 \sin \phi}{m_c + m}}{l \left( \frac{4}{3} - \frac{m \cos^2 \phi}{m_c + m} \right)} \quad (3)$$

$$\ddot{p} = \frac{f + ml(\dot{\phi}^2 \sin \phi - \ddot{\phi} \cos \phi)}{m_c + m} \quad (4)$$

ここで振り子が倒立状態 ( $\phi = 0, 2\pi, \dot{\phi} = 0$ ) 付近の方程式を近似する。

$$f_1(\phi) = -0.806314\phi^2 + 5.06622\phi \quad (5)$$

$f_1$  の運動方程式は、式 (5) の様に  $\phi$  の 2 次方程式で近似される [Stahl 11]。よって、制御対象を  $\phi$  とし、式 (5) より  $\phi$  を  $f$  に変換することで、これを台車に加える制御量とした。また、

$\phi = 0$  付近において式 (5) を振り子の位置と角速度により、以下に示す 4 つに場合分けをして制御した。

$$f(\phi) = \begin{cases} -f_1(\phi) & \text{if } (p > 0, \dot{\phi} > 0) \\ f_1(-\phi) & \text{if } (p > 0, \dot{\phi} < 0) \\ f_1(\phi) & \text{if } (p \leq 0, \dot{\phi} > 0) \\ -f_1(-\phi) & \text{if } (p \leq 0, \dot{\phi} < 0) \end{cases} \quad (6)$$

## 5.4 尤度共有による状態推定を用いた制御

倒立振り子が外乱に影響される場合においても、制御量  $f$  は、振り子の直立状態からの角度  $\phi$  に依存する。本研究では 4. で示した提案手法により、角度  $\phi$  と台車にかかる力  $f$  を推定するパーティクルをそれぞれ 500 個用意する。パーティクルの集合を  $X_t = \{\hat{\phi}_t^{(k)}, \hat{f}_t^{(k)}, \pi_t^{(k)}\}_{k=1}^K$  と設定した。  $f$  は、一般的には与えられた  $\phi$  から計算して求めるものであるが、提案手法を用いて観測可能な  $\phi$  から、観測不能である  $f$  の推定値  $\hat{f}$  を導く。

推定するにあたり、 $\hat{\phi}$  と、 $\hat{f}$  の初期値の範囲を以下の様に設定する。

$$0.0 \leq \{\hat{\phi}_0^{(k)}\}_{k=1}^K \leq 0.5 \quad (7)$$

$$0.0 \leq \{\hat{f}_0^{(k)}\}_{k=1}^K \leq 10.0 \quad (8)$$

このように得られた推定値  $\hat{f}$  を  $f \propto \hat{f}$  として出力する。5.2 より倒立振り子の対称性を考慮して、振り子が傾く方向により制御量  $\hat{f}$  を正負の 2 つに場合分けをする。

$$f = \begin{cases} r\hat{f} & \text{if } (p < 0.0) \\ -r\hat{f} & \text{if } (p \geq 0.0) \end{cases} \quad (9)$$

上記、 $\hat{\phi}$ 、 $\hat{f}$  の初期値と  $r$  は経験的に求められた値を用い、本研究においては、 $0.0 \leq \hat{\phi}_0 \leq 0.5$ 、 $0.0 \leq \hat{f}_0 \leq 10.0$ 、 $r = 5.0$  とした。

## 5.5 実験結果および考察

### 運動方程式を用いた制御

図 5 と図 6 は外乱が存在しない場合に、式 (5) と式 (6) により制御した結果である。図 7 と図 8 は、外乱を設定した際の結果を示した。また、図 5 と図 7 は、運動方程式により線形近似された際の倒立振り子の振り子の角度  $\phi$  を絶対値で取得したものを表した。図 6 と図 8 は、振り子の支点から見た重心の位置を示した。図 5 と図 6 より、運動方程式により収束値に漸近して制御できていたものが、外乱を設定した場合、図 7 と図 8 により、初期においては制御できていることが観察されるが、時間が経過するにつれて外乱による誤差が蓄積されてしまい、最終的に振り子が倒れてしまっていることがわかる。これらの実験結果より外乱が発生した場合に運動方程式による制御では制御不能となっていることが示された。

### 尤度共有による状態推定を用いた制御

式 (9) において  $r = 5.0$  として実験を行った結果である。

図 9 は、濃い太線が実際に観測された  $\phi$  の値、薄い細線はパーティクルフィルタによって追跡した  $\phi$  の推定値を表した。これより、全体的にパーティクルフィルタによる  $\phi$  の推定が大きく外れていないことがわかる。しかし、観測値が 0 付近

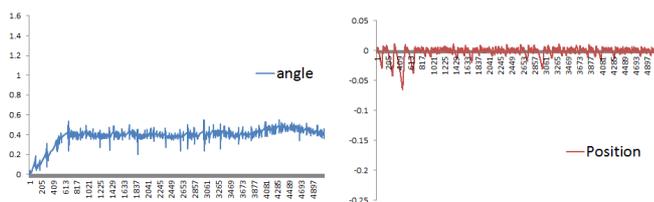


図 5: 角度  $\phi$

図 6: 振り子位置

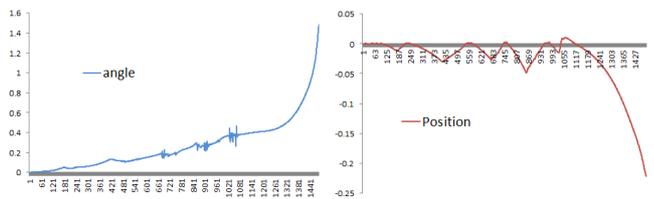


図 7: 角度  $\phi$

図 8: 振り子位置

で振幅が極端に小さい時に推定しきれておらず、パーティクルフィルタの推定精度改善が今後の課題となる。振り子の位置を示す図 10 により外乱が発生している場所において振り子が大きく傾いていることがわかり、外乱を乗り越えて最終的に左右に振り子が振れていて安定化が図れたことが伺える。図 11 は、 $\hat{\phi}$  と尤度を共有して得られた  $\hat{f}$  の絶対値である。これにより、実際に観測されない値も提案手法を用いることにより推定結果を導出できることが示された。

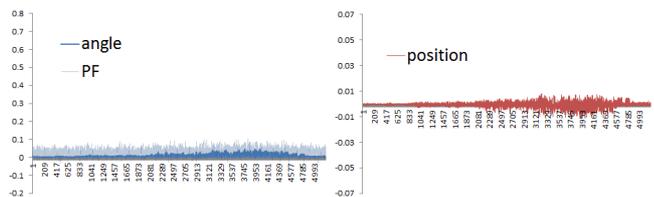


図 9: 角度  $\phi$

図 10: 振り子位置



図 11: 推定値  $\hat{f}$

式に依らない制御が可能であった。また、対称性を考慮したことにより、従来手法よりも少ない場合分けで倒立制御が可能となった。

今後の課題として、安定性の検討と 0.0 付近における初期位置設定やノイズの加え方によるパーティクルフィルタの推定精度の改善が挙げられる。

## 参考文献

- [樋口 05] 樋口知之: 粒子フィルタ, 電子情報通信学会誌, Vol.88, No.12, pp.989-994(2005).
- [Stahl 11] D.Stahl,J.Hauth: “PF-MPC:Particle Filter-Model Predictive Control”, Berichte des Fraunhofer ITWM,Nr.201(2011).
- [西田 10] 西田健: パーティクルフィルタとロボット制御, 第 3 回横幹連合総合シンポジウム (2010).
- [井上 01] 井上博行, 亀井且有: GA による倒立振り子の対称性を利用したファジィ制御ルール生成, ファジィ システムシンポジウム講演論文集 17, pp615-618(2001).
- [柏村 08] 柏村洋平, 上野敦志, 辰巳昭治: 強化学習のための Particle Filter を用いた連続行動空間表現, 人工知能学会全国大会論文集, 2A1-03(2008).
- [山田 04] 山田功, 湯澤宏介, 新田浩二: 近似線形化を用いた倒立振り子の制御, 日本 AEM 学会誌, Vol.12, No.1(2004).

## 6. むすび

シミュレータ上でパーティクルフィルタの倒立振り子安定化制御への性能を評価した。

解析的に近似困難な環境外乱に対し、従来の手法の問題点を指摘し、振り子の傾きを推定するのにパーティクルフィルタの状態推定が有効であり、提案手法では、尤度を共有したパーティクルフィルタにおいて、直接観測値が得られない場合でも、観測可能な値の重みを用いることにより推定が可能となることを示した。これにより、提案手法を用いることで運動方