2L4-OS-24d-2

双条件付事象と論理的等値:3 種の不定性

Biconditional event and logical equivalence: three types of uncertainty

澤 宏司[*1]
Koji Sawa

[*1] 日本女子大学附属高等学校
Senior High School, Japan Women's University

横川 純貴[*2]
Junki Yokokawa

高橋 達二[*3]
Tatsuji Takahashi

[*2 3] 東京電機大学
Tokyo Denki University

In formal logic, a conditional such as "if A then C" is defined as material implication. The truth value of material implication is true whenever antecedent is false. However, from the standpoint of practical judgment, there is a controversy as to whether material implication accurately represents "if A then C." One of the alternatives to material implication is conditional event. Logical connectives, logical equivalence and biconditional event are composed of two reciprocal material implications and conditional events, respectively. Yokokawa and Takahashi presented experimental results of human judgment that indicate the priority of biconditional event to material equivalence. In this study, we classify uncertainty which is inevitably required when conditional event and biconditional event are discussed into three types, and think about uncertainty from a theoretical point.

1. はじめに

「雨が降ったならば地面が濡れる．」誰しもが日常的に行う判断，使う条件文である．この判断・条件文を論理学的に形式化したものは実質含意（material implication）と呼ばれる．しかしながら，20 世紀中頃からの長い間[Wason 1966; Quine 1952]，実質含意が，「*p* ならば *q*」のような日常的な判断・条件文の適正な形式化になっていないのではないかとの議論がある．

実質含意はその真理値を前件（*p*）が真（T），後件（*q*）が偽（F）のとき（以下，この条件を TF と略す．他の場合も同様）のみ F で，それ以外はすべて T とする．議論があるのは FT，FF のときで，実質含意ではいずれも T となる．先の雨の例で言えば，それぞれ「雨が降らなかったならば地面が濡れる」，「雨が降らなかったならば地面が濡れない」である．この 2 つの例のうち，特に前者は明らかに日常的な経験に反し，真理値が T であることに議論の余地がある．

このような実質含意の問題に対して，その対案として de Finetti は異なる「*p* ならば *q*」の定式化を提案した[de Finetti 1937]．それは近年では条件付事象（conditional event）と呼ばれ，その真理値は以下の通りである．TT のとき T，TF のとき F であるのは実質含意と同じである，FT，FF のときは「不定（uncertain，以下 U と略す）」とした．つまり「雨が降らなかったとき」は，先の「雨が降ったならば地面が濡れる」という条件文は「よくわからない」ということである．

近年，Over ら[Over 2009; Oaksford 2007]は，この de Finetti の「*p* ならば *q*」を採用しつつ「新パラダイム推論心理学（New paradigm psychology of reasoning: NPPR）」を提唱した．de Finetti の「*p* ならば *q*」は U つまり「不定」を含むため，NPPR は人間の判断を U を含むものとして規定し直そうという試みである．

横川・高橋[横川 2013]は Over らの NPPR に与し，2 つの「*p* ならば *q*」である実質含意と条件付事象をそれぞれ両向き化した「論理的等値（logical equivalence）」と「双条件付事象（biconditional event）」のどちらが，より人間の判断を的確に形式化しているかを示す実験を行った．実験結果は，双条件付事象の優位性を示した．

我々は本稿において，横川・高橋の実験結果の理論的検討として，いくつかの U，「不定」について検討する．横川・高橋の実験は 3×3，つまり三値の真理値表も用いた．その三値とは T，F，そして U の三値である．この U が1つめの U である．次に真理値表に現れる U，これが 2 つめの U である．これら 2 つの U は，真理値表を関数とみなす場合，順に定義域と値域に属するものであり，無条件の同一視はできない．最後に，双条件付事象の真理値表の右下（FF）に存する U について検討する．これはフレーム問題[McCarthy 1969]等，認知する世界の拡張・縮小の過程を考える際に重要なものであり，真理値表の他の部分に現れる U とは一線を画す．我々はこれら 3 つの U の違いについて検討する．

2. 第一，第二の不定

横川・高橋の実験結果が示すとおり，2 つの事象に関する等値性について人間は論理的等値的にではなく双条件付事象的に判断することがわかった．論理的等値と双条件付事象の真理

連絡先：神奈川県川崎市多摩区西生田 1-1-1，044-952-6711，kojisawa@mbj.ocn.ne.jp

値表での違いは，右下(FF)が T であるか U であるかだけである．以下，我々はこの不定，「U」について検討する．

真理値表を関数 f とみなす場合，「p ならば q」は p および q を入力とする出力である．つまり「p ならば q」を r とするとき，

$$r = f(p, q)$$

と 2 変数の関数として書ける．三値論理を考える場合，入力値として T, U, F の 3 つがある．また，実質含意 $p \supset q$，条件付事象 $q|_F p$ のいずれの「ならば」も出力値として同様に T, U, F の 3 種を持つ．この入力値としての U と，出力値としての U は自明的に同一視できるのであろうか．

入力値としての U(以降ここでは，「第一の U」と呼ぶ)は，個別の事象に関する不定を表す．つまり，第一の U を例で言えば「雨が降った」かどうかが「不定」であることの表現である．事象は 1 つであるので，調べれば比較的簡単にわかりそうである．しかも「不定」を許しているので，判断はよりたやすい．

一方，出力値は，2 つの事象の組み合わせに関する判断なので入力値の判断より，より複雑である．その出力値のひとつである，出力値としての U(以降，「第二の U」と呼ぶ)も当然同様に複雑な判断の産物である．数式の言葉を借りれば，第一の U は対象 p, q の個々につけるオブジェクトレベルのラベルである．一方，第二の U は{p, q}という集合につけるラベルであり，ラッセル的な階梯理論に従えば，ひとつメタなレベルの判断である．

通常の論理，特に二値論理においては，これら第一の真理値(二値の場合は T または F)と第二の真理値(同様に T または F)の混同が許されている．なんとなれば，$(p \supset q) \wedge (q \supset r)$のような項の存在が許されているからである．つまり，この例において $p \supset q$ と $q \supset r$ の真理値はいずれも第二の真理値であるが，それらを第一の真理値として再度，結合子「∧」で結んでいるからである．真理値は，当然のように再帰的に使用されているということである．

不定「U」を含む三値論理において，上記と同様な再帰的な項の使用を許すとき，それは第一の U と第二の U の混同を許したこととなる．実際，今回使用した双条件付事象 $q||p$ は，

$$q||p = (q|_F p) \wedge (p|_F q)$$

と書ける．従って実のところ，条件付事象では再帰的に真理値が使われており，すなわち第一の U と第二の U の混同がなされている．

不定「U」は「わからない」なので，その第一，第二のものの混同はよりたやすいと思うかも知れない．確かに，T(F)は「真(偽)であることが，わかっている」と解釈が可能である．その一方で U は，「真もしくは偽であることさえ，わかっていない」ともみなせる．我々はこれに関連して，特に第二の U に関して V-shaped ordering なるハッセ図[Davey 2002](図 1)を提案する[Sawa in preparation]．V-shpaed ordering は上記のような T と F，および U の解釈と整合的である．つまり，T, F は「わかっていることがわかっている」という意味において，U よりメタレベルでの尤度が高い．これに対して，第一の U に関しては T―「真」，F―「偽」の間で，U―「不定」がそのどちらでもない，どちらかになる可能性があるという図式のほうが自然である(図 2)．このように構造が違う第一，第二の真理値に関して，なぜ再帰的に扱ってよいのか，また，なぜ再帰的に扱った双条件付事象が人間の判断の表現としてより優位性を示すのか，その理由に関する議論は今後の課題としたい．

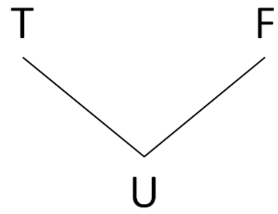

図 1：第二の真理値 T, U, F の順序関係を表現するハッセ図．この図は $U \leq T$, $U \leq F$，そして T と F の間には大小関係がつかないことを表す．我々はこれを V-shaped ordering と名づけた．

図 2：第一の真理値 T, U, F の順序関係を表現するハッセ図．この図は $F \leq U \leq T$ を表す．

3. 第三の不定とフレーム問題

論理的等値と比して，より人間の判断への近しさを示した双条件付事象においては，更に性質の異なる不定「U」が存在する．真理値表の右下，FF の真理値 U である．我々はここでこれを「第三の U」と呼ぶ．第三の U は等値性を考える際の真の意味での世界の外部の不定である．

双条件付事象の四隅，TT, TF, FT, FF を考える際，二値または三値のいずれの場合もそれらの真理値は順に T, F, F, U である．ここでこれらの入力値の 4 組は，2 つの事象のうちの少なくともどちらかが起こる(すなわち T を含む)，またはどちらも起こらない(T を含まない)という観点から，{TT, TF, FT}と{FF}の 2 つに区別することができる．この 2 グループの真理値はそれぞれ{T, F}と{U}である．双条件付事象が事象の等値性を表す結合子として優位性を示したという事実は，以下を含意する．すなわち，ある 2 つの事象の等値性は，少なくともどちらかが起こるのを前提とする世界内において，両者が共に起こった状態を指す．これは双条件付事象を確率 P で考える際，以下のように書き下せることとちょうど符合する．

$$P(p||q) = P(p \wedge q) \,/\, P(p \vee q)$$

換言すると，{TT, TF, FT}をアクセスできる世界全体とし，それ以外は考えずに，そこで p と q が同時に起こる場合，p と q が等値である，とすることである．

その考える範囲の埒外の，アクセス不可能な世界が{FF}である．だからこそ，その真理値は U となる．論理的等値は FF の真理値を T とするが，それは，1) 世界の外側にもアクセス可能である(世界にアクセス不可能な場所はない)，と同時にしかも，2) 真である，という 2 つの誤謬をおかしている．我々はこれが，双条件付事象が論理的等値に勝る 1 つの理由と考える．つまり人間は，アクセス可能な事象を全体として，その中からその性質を判断している，と考える．

世界の外にあり，それゆえの不定性を示す第 3 の U は，その不定性そのものを要因として既知の世界の更新，イノベーションの原因をも担いうる．図式的に言えば既知の世界{TT, TF, FT}と世界外{FF}の情報の相互侵入がそれに当たる(図 3)．つまり{FF}にあったある不定の事象(正確には，{FF}は世界の外側なので，知られることのなかった，かつそれゆえに不定だった事象)の素性が明らかになり，真理値 T または F を与えられたときに既知の世界{TT, TF, FT}に侵入してくる．それにより，既知の世界{TT, TF, FT}の真理値表は再構成を迫られる．これはそのまま，認識のフレーム＝世界全体の規定とその規定そのものの非決定性の表現であるフレーム問題[McCarthy 1969]に対応する．{FF}から{TT, TF, FT}への事象の侵入はフレームの拡張である．あるいは逆に，真理値が T または F に確定した事象の真理値の更新が行われた場合，その事象は世界の外側{FF}に落ちていくかも知れない．これはフレームの縮小に相当する．つまり，この{TT, TF, FT}と{FF}の間の情報のやり取りが世界＝フレームの変形というわけである(図 4)．逆説的であるが，{FF}という世界の外側=バッファ=ゴミ箱を持つため，世界は等値性をはじめ，その整合性が担保され，更にその更新が許されるのである．この意味で第 3 の U は，真理値表に現れる他の U(第二の U)とは一線を画し，世界の記述，およびその刷新において非常に重要な役割を果たす．

A

$q \| p$		q	
		T	F
p	T	T	F
	F	F	U

B

$q \| p$		q		
		T	U	F
p	T	T	U	F
	U	U	U	U
	F	F	U	U

図 3：(A) 二値の双条件付事象 $q \| p$ の真理値表．既知の世界(朱色)と世界外(濃緑)＝第三の U の間の相互侵入が既知の世界の更新に相当する．(B) 三値の双条件付事象 $q \| p$ の真理値表．朱色と薄青の U が第二の U．三値で考える場合，{朱色，薄青}⇔{濃緑}，{朱色}⇔{薄青，濃緑}の 2 種類の世界の更新を考えることができる．

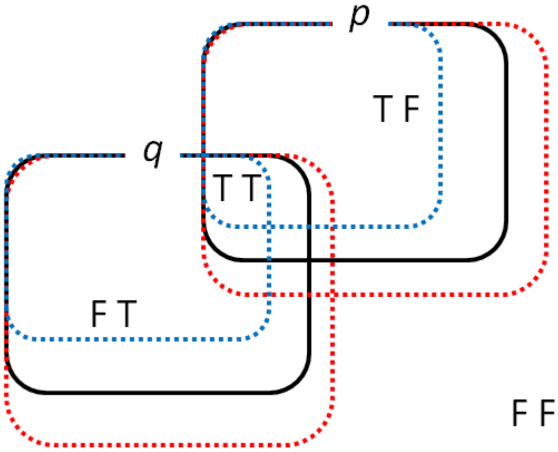

図 4：双条件付事象の真理値表とフレーム問題の関係．双条件付事象的な解釈では，p∨q = {TT, TF, FT}(黒実線)の中で p∧q = {TT}がいかに起こるかを判定する．世界の外部である{FF}からなんらかの情報を得る，または{FF}へと情報を失うことにより，認識のフレームが拡張(赤破線)，または縮小(青破線)する．

参考文献

[Davey 2002] Davey B. A., Priestley, H. A.: Introduction to lattices and order (2nd ed.), Cambridge Univ. Press, 2002.

[de Finetti 1937] de Finetti B.: Foresight: Its logical laws, its subjective sources, Studies in subjective probability, New York: Wiley, 1937/1964.

[McCarthy 1969] McCarthy, J., Hayes P. J.: Some philosophical problems from the standpoint of artificial intelligence, Machine intelligence Vol. 4, Edinburgh: Edinburgh University Press, 1969.

[Oaksford 2007] Oaksford M., Chater N.: Bayesian rationality: The probabilistic approach to human reasoning, Oxford: Oxford University Press, 2007.

[Over 2009] Over D.: New paradigm psychology of reasoning, Thinking & Reasoning, 15(4), 2009.

[Quine 1952] Quine W. V. O.: Methods of Logic, Routledge & Kegan Paul, 1952.

[Sawa in preparation] Sawa K., Yokokawa J., Takahashi T.: Modeling biconditionals: Biconditional event or material equivalence?, in preparation.

[Wason 1966] Wason P. C.: "Reasoning", New horizons in psychology, Harmondsworth: Penguin, 1966.

[横川 2013] 横川純貴，高橋達二：双条件文の認知とその意味，2013 年度人工知能学会全国大会(第 27 回)論文集，2013.