3F3-1

VCG-equivalent in Expectation メカニズム: 公開組合せオークションメカニズム構築のための一般的なフレームワーク

VCG-equivalent in Expectation Mechanism: General Framework for Constructing Iterative Combinatorial Auction Mechanisms

藤田 悦誌 Etsushi Fujita　岩崎 敦 Atsushi Iwasaki　東藤 大樹 Taiki Todo　ヨウ ミョウ Miao Yao　横尾 真 Makoto Yokoo

九州大学大学院システム情報科学府
Graduate School of ISEE, Kyushu University

In this paper, we develop a class of iterative mechanisms called a *VCG-equivalent in expectation* mechanism. To guarantee that an iterative mechanism is VCG-equivalent, it inevitably asks an irrelevant query, in which a participant has no incentive to answer the query sincerely. In a VCG-equivalent in expectation mechanism, the mechanism achieves the same allocation as VCG, but the transfers are the same as VCG in expectation. We show that in a VCG-equivalent in expectation mechanism, sincere strategies constitute a sequential equilibrium. Also, we show that we can always construct a VCG-equivalent in expectation mechanism that does not ask any irrelevant query. To demonstrate the applicability of this idea, we develop a VCG-equivalent in expectation mechanism that can be applied to the Japanese 4G spectrum auction.

1. 序論

組合せオークションとは，価値に補完性や代替性のある複数種類の財が同時に販売され，参加者は財の組合せ（バンドル）に対して入札するオークションであり，参加者の補完的・代替的な選好を考慮することで，社会的余剰を増加させることができる [横尾 06]．よく知られた Vickrey-Clarke-Groves（VCG）メカニズムは，正直に入札することが支配戦略となり，パレート効率的な割当を実現する等の理論的に望ましい性質を持つ組合せオークションメカニズムである．

一般に VCG などの封印型オークションよりも，英国型などの公開型オークションの方が好まれることが多い [Parkes 06]．この理由として，公開型では参加者は逐次的に意思決定を行うことができ，自身の評価値に関する完全な情報を他者に露呈する必要がないことがある．実際，現実に行われているオークションの多くは公開型である．

公開型の組合せオークションに関して，VCG メカニズムと等価な結果を得ることができれば理想的である．しかしながら，VCG メカニズムと等価な結果を得るためには，以下に示すように無関係なクエリを送信するという問題点が生じる．例えば，参加者は 2 人（A, B とする），販売する財は 1 個の VCG メカニズムと等価な結果を得る競り下げ式オークションについて考える．価格が 9 ドルのときに A がストップを宣言したとする．この結果，A に財が割り当てられることは確定するが，VCG メカニズムでは A の支払額は B の評価値と等しいため，B の評価値を得るためにそのまま競り下げを続ける必要がある．価格が 5 ドルのときに B がストップを宣言したとすれば，A は 5 ドルで財を購入する．しかしながら，この状況では，B には財が割り当てられないことが明らかであり，B は正直に入札する強い誘因を持たない．また，B が，効用が同じであれば自身の評価値を高く見せたいというごく弱い誘因を持つ場合，例えばチャリティーのためのオークションである場合を考えよう．前述の状況で，A が 9 ドルでストップを宣言した場合，B は自身には財が割り当てられないことが明らかなので，直ちに（競り下げが 1 ドル単位ならば 8 ドルで） ストップを宣言することにより，自分の評価値を実際よりも高く見せることが可能になる．このように，参加者が自身の評価値を実際よりも高く，あるいは低く見せたいという，ごく弱い誘因を持つ場合には，参加者が無関係なクエリに対して正直に答えることは期待できない．

本論文ではこのような問題に対応する公開型組合せオークションメカニズムのクラスを提案する．提案メカニズムでは割当は VCG と等しく，支払額は VCG の支払額の期待値とする．このクラスに属するメカニズムは正直に入札することが支配戦略とはならない．しかし，相手が正直に入札する限り，自分も正直に入札することで期待効用を最大化できる（正直な戦略の組が逐的均衡）．さらに，提案メカニズムにより，無関係なクエリ，すなわち，割当と自分の支払額に影響を与えないクエリを送信しないことを保証することができ，評価値の情報の公開による誘因の問題を解決できる．

本論文は以下のように構成される．最初に二分決定木（BDT）に基づいた公開型オークションをメカニズム（BDT-based メカニズム）を定義する．次に，VCG と等価な公開オークションメカニズムは無関係なクエリを送信するのは避けられないことを示す．更に，提案するクラスのメカニズムは正直な戦略の組が逐次均衡となること，及び，提案するクラスは無関係なクエリを送信しないメカニズムを含むことを示す．最後に，現実問題に適用可能であることを示すため，日本の第四世代の周波数オークションに適用可能なメカニズムを示す．

2. モデル

次のモデルの組合せオークションについて考える．非分割財の集合を $M = \{1, \cdots, m\}$ とし，参加者の集合を $N = \{1, \cdots, n\}$ とする．参加者 i のタイプ（評価値に相当）は独立に Θ_i から選ばれる．ここで，簡単のため， Θ_i は可算有限集合と仮定する．各参加者の真のタイプは個人情報であり，他者及びメカニズムは真のタイプを観測できない．タイプが θ_i の参加者が

連絡先: 藤田悦誌，九州大学大学院システム情報科学府，812-0395 福岡県福岡市西区元岡 744 番地，(092)802-3576，fujita@agent.inf.kyushu-u.ac.jp

バンドル $B \subseteq M$ を得たときの効用を $v(\theta_i, B)$ と表す．更に，$v(\theta_i, \emptyset) = 0$ と正規化し，自由可処分性（$B \subseteq B', v(\theta_i, B) \leq v(\theta_i, B')$）を満たすとする．参加者の効用について，準線形効用を仮定する．

参加者 i のタイプが θ_i である確率を $p(\theta_i) > 0$ とし，$\sum_{\theta_i \in \Theta_i} p(\theta_i) = 1$ が成り立つとする．また，$\Theta'_i \subseteq \Theta_i$ について，$p(\Theta'_i)$ を $\sum_{\theta_i \in \Theta'_i} p(\theta_i)$ と定義する．Θ を $\prod_{i \in N} \Theta_i$，Θ_{-i} を $\prod_{j \neq i} \Theta_j$ とする．

更に，$\theta = (\theta_1, \cdots, \theta_n) \in \Theta$ を参加者全員のタイプの組とする．また，$\theta_{-i} \in \Theta_{-i}$ を i を除いた参加者のタイプの組とする．(θ_i, θ_{-i}) は，i のタイプが θ_i で，i 以外の参加者のタイプの組が θ_{-i} であるタイプの組とする．$p(\theta)$ を $\prod_{i \in N} p(\theta_i)$ とし，$p(\theta_{-i})$ を $\prod_{j \neq i} p(\theta_j)$ と定義する．

実現可能な割当の集合を $\mathcal{X}$ とし，$X = (X_1, \cdots, X_n) \in \mathcal{X}$ と表す．ただし，$X_i \subseteq M$ は参加者 i に対する割当である．実現可能な割当 $X \in \mathcal{X}$ について，$X_i \cap X_j = \emptyset (i \neq j)$ が成り立つ．割当 X，タイプ θ について，$\sum_{i \in N} v(\theta_i, X'_i) > \sum_{i \in N} v(\theta_i, X_i)$ を満たす割当 $X' \in \mathcal{X}$ が存在しないとき，$X \in \mathcal{X}$ は (θ, M) についてパレート効率的な割当であるという．

直接顕示メカニズムを，割当関数 $a : \Theta \to \mathcal{X}$ と補償関数 $t : \Theta \to \mathbb{R}^n$ により定義する．a は，申告されたタイプから割当を決定する関数で，$a(\theta) = (a_1(\theta), \cdots, a_n(\theta))$ と表す．t は，申告されたタイプから金銭による補償（支払額に相当）を決定する関数で，$t(\theta) = (t_1(\theta), \cdots, t_n(\theta))$ と表す．

VCG メカニズムを，次の割当関数 a^* と補償関数 t^* により定義する．

定義 1 (VCG メカニズム)**.** (θ, M) についてパレート効率的な割当を $X \in \mathcal{X}$ とする．$G \subseteq M$ に対して，i を除く参加者に (θ_{-i}, G) についてパレート効率的な割当を行ったときの i を除く参加者の効用の和を $V^*(\theta_{-i}, G)$ とする．$a^*(\theta) = X, t^*_i(\theta) = V^*(\theta_{-i}, M \setminus a^*_i(\theta)) - V^*(\theta_{-i}, M)$

例 1. 財の集合が $M = \{1, 2\}$，参加者の集合が $N = \{1, 2, 3\}$ とする．参加者 1 は財 1 に，参加者 2 は財 2 に，参加者 3 は財 1 と財 2 の両方（片方だけでは意味をなさない）に対して評価値を持つ．評価値は一次元で表されるため，各参加者のタイプは評価値により表す．$\Theta_1 = \Theta_2 = \{2, 4, 6, 8\}, \Theta_3 = \{9\}$ とし，また，各タイプは独立であり，一様分布に従うものとする．$\theta = (2, 2, 9)$ ならば，$a^*(\theta) = (\emptyset, \emptyset, \{1, 2\}), t^*(\theta) = (0, 0, -4)$, $\theta = (8, 8, 9)$ ならば，$a^*(\theta) = (\{1\}, \{2\}, \emptyset), t^*(\theta) = (-1, -1, 0)$ となる．

3. 二分決定木

本章では公開オークションメカニズムを表現することができる（全）二分決定木に基づいたメカニズム（BDT-based メカニズム）を導入する．

N, M, Θ が与えられたとき，内部ノードの集合 D_{in}, 葉ノードの集合 D_l, 根ノード d_r, クエリの対象となる参加者 $int : D_{in} \to N$, クエリ $q(d) \subset \Theta_{int(d)} (d \in D_{in})$，割当関数 $\bar{a}$, 補償関数 $\bar{t}$ により BDT-based メカニズムを定義する．さらに，ノード $d \in D_{in} \cup D_l$ の親ノードを $p(d) \in D_{in}$ とする．また，ノード $d \in D_{in}$ の左の子を $lc(d)$, 右の子を $rc(d)$ とする．

各ノード d において，参加者 $int(d)$ のタイプは $q(d)$ に含まれるか，というクエリが参加者 $int(d)$ に送信される．ノード d の入力は n 次の超立方体（低次に縮退したものも含む）$\Theta^d = \prod_{i \in N} \Theta^d_i$ である．ただし，$\Theta^d_i \subseteq \Theta_i$ である．以降，$\prod_{j \neq i} \Theta^d_i$ を Θ^d_{-i} とする．

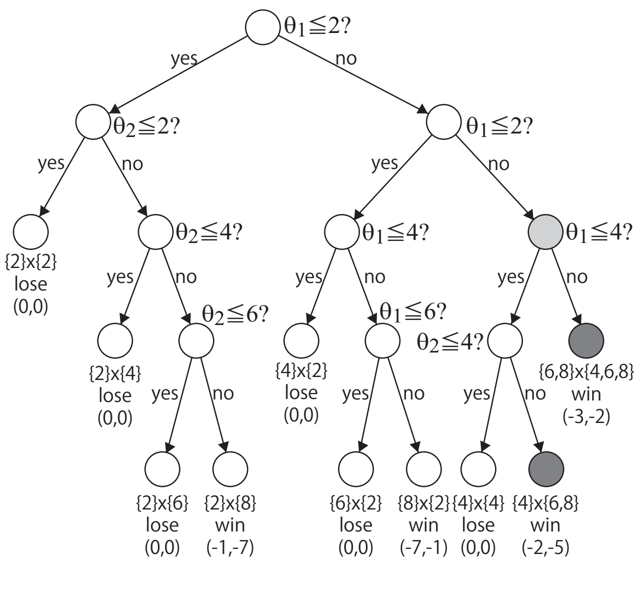

図 1: 二分決定木の例

ノード d の入力は，$d = d_r$ の場合，その入力は Θ である．$d \neq d_r$ の場合，$p(d) = d', int(d') = i, q(d') = \Theta'_i$ とするとき，$d = lc(d')$ ならば $\Theta'_i \times \Theta^{d'}_{-i}$，$d = rc(d')$ ならば $(\Theta^{d'}_i \setminus \Theta'_i) \times \Theta^{d'}_{-i}$ である．

メカニズムは d_r から開始する．現在のノードが d のとき，クエリ $q(d)$ の回答が "yes" ならば，$lc(d)$ に移動し，回答が "no" ならば，$rc(d)$ に移動する．入力 Θ^d はクエリにより二つの超立方体に分割される．

ここで，クエリは空集合を入力とするノードが存在しないように定義されている．すなわち，各ノード d について，$int(d) = i$ としたとき，$q(d) \subset \Theta^d_i$ が成り立っている（真部分集合であることに注意せよ）．

葉ノード $d \in D_l$ に移動したとき，メカニズムは $\bar{a}(\Theta^d)$ と $\bar{t}(\Theta^d)$ を出力する．$\bar{a}$ は割当関数，$\bar{t}$ は補償関数であり，$\Theta' \subset \Theta$ を入力とする．

図 1 に例 1 の組合せオークションに適用した BDT-based メカニズムの例を示す．参加者 3 のとりえるタイプは唯一であるため，参加者 1, 2 のタイプについてのみ考える．葉ノードの "win" は財 1 が参加者 1 に，財 2 が参加者 2 に割り当てられることを表す．"lose" は両方の財が参加者 3 に割り当てられることを表す．この BDT-based メカニズム は財 1 と財 2 の価格が交互に上がる競り上げオークションと等価である．この場合，根ノードの入力は $\{2, 4, 6, 8\} \times \{2, 4, 6, 8\}$ となる．最初のクエリ（$\theta_1 \leq 2$ か）により，根ノードの入力は $\{2\} \times \{2, 4, 6, 8\}$ と $\{4, 6, 8\} \times \{2, 4, 6, 8\}$ に分割される．前者は根ノードの左の子の入力となり，後者は根ノードの右の子の入力となる．根ノードの左の子について，クエリ（$\theta_2 \leq 2$ か）により，$\{2\} \times \{2\}$ と $\{2\} \times \{4, 6, 8\}$ に分割される．他のノードについても同様である．

このメカニズムは，参加者のタイプの組が一意に定まらなくとも，割当と補償を決めることができる．例えば，一番右の葉ノードでは，参加者 1 のとりえるタイプは $\{6, 8\}$，参加者 2 のとりえるタイプは $\{4, 6, 8\}$ である．

BDT-based メカニズムについて，その性質を定義する．最初に VCG-equivalence を定義する．

定義 2 (VCG-equivalence)**.** 任意の葉ノード d について，

$\forall\theta,\theta' \in \Theta^d, a^*(\theta) = a^*(\theta') = \bar{a}(\Theta^d)$ かつ $t^*(\theta) = t^*(\theta') = \bar{t}(\Theta^d)$ を満たす BDT-based メカニズムは VCG-equivalent であるという．すなわち，任意の葉ノード，その葉ノードの入力の任意のタイプの組について，VCG メカニズムの割当関数と補償関数に等しい割当関数と補償関数を用いた BDT-based メカニズムである．

次に，今回提案する新たなフレームワークである VCG-equivalent in expectation メカニズムを定義する．

定義 3 (VCG-equivalence in expectation)**.** 任意の葉ノード d について，$\forall\theta,\theta' \in \Theta^d, a^*(\theta) = a^*(\theta') = a(\bar{\Theta}^d)$ であり，$\bar{t}(\Theta^d) = E_{\Theta^d_{-i}}[t^*_i((\theta^d_i,\theta_{-i}))]$ を満たす BDT-based メカニズムは VCG-equivalent in expectation であるという．ここで，θ^d_i は Θ^d_i に含まれる任意のタイプである．

VCG-equivalent in expectation メカニズムにおいて，任意の葉ノード d について，$\forall i \in N, \forall\theta_i,\theta'_i \in \Theta^d_i, \forall\theta_{-i} \in \Theta^d_{-i}, t^*_i((\theta_i,\theta_{-i})) = t^*_i((\theta'_i,\theta_{-i}))$ が成り立つことに注意せよ．$\bar{t}_i(\Theta^d)$ は，i を除く参加者のタイプの組の集合 Θ^d_{-i} に関する VCG の補償の期待値に等しい．

図 1 で表現されるメカニズムは，VCG-equivalent in expectation メカニズムの例となっている．一番右の葉ノードでは，$\{6,8\}\times\{4,6,8\}$ の任意のタイプの組について，パレート効率的な割当は一意に定まる．ここで，参加者 2 の評価値を 4 としたとき，参加者 1 の VCG の補償は，参加者 1 のタイプに関わらず -5 となる．同様に，参加者 2 の評価値が $6,8$ のとき，参加者 1 の VCG の補償は $-3,-1$ となる．参加者 2 のタイプは一様ランダムより，$p(4) = p(6) = p(8) = 1/4, p(\{4,6,8\}) = 3/4$ となる．したがって，参加者 1 の補償は，$(4-9)/3+(6-9)/3+(8-9)/3 = -3$ となる．同様に，参加者 1 の評価値が $6,8$ のとき，参加者 2 の VCG の補償は $-3,-1$ となるため，$p(6) = p(8) = 1/4, p(\{6,8\}) = 2/4$ より，参加者 2 の補償は，$(6-9)/2+(8-9)/2 = -2$ となる．

BDT-based メカニズムを実行する際に，あらかじめ各参加者には BDT の情報が与えられ，他の参加者のクエリの回答は観測できるとする．この仮定は入札情報が完全に公開されているとすることで，メカニズムを可能な限り明瞭にするために導入している．逆に，これらの情報が参加者に与えられない場合，戦略の計算は非常に難しくなる．本論文では，メカニズムの実行過程で公開された情報のみ用いるという困難な状況下における誘因性の問題を解析する．

4. BDT-based メカニズムの性質

本章では，VCG-equivalent メカニズムと VCG-equivalent in expectation メカニズムの特徴の解析を行う．最初に，用語と概念を導入する．

ノード d, 参加者 i について，$int(d) = i$ のとき，d は i のターゲットという．さらに，タイプ θ_i について，d が i のターゲットかつ $\theta_i \in \Theta^d_i$ ならば，d は (i,θ_i) と両立可能であるという．i の戦略とは，i のターゲットである各ノードから "yes/no" への写像であり，s_i と表す．(i,θ_i) と両立可能なノード d' について，$\theta_i \in q(d)$ ならば $s_i(d')$ が "yes"，そうでなければ $s_i(d')$ が "no" となるとき，s_i は d' において，(i,θ_i) に対して整合的な申告をしているという．s_i が (i,θ_i) と両立可能な各ノードにおいて，(i,θ_i) に対して整合的な申告をしているならば，s_i は (i,θ_i) に対して整合的という．i の真のタイプ θ'_i について，(i,θ'_i) に対して整合的な戦略は正直であるという．

各参加者について，参加者 j のタイプが θ_j であるという初期信念は $p(\theta_j)$ で与えられるとする．また，クエリの回答により，ベイズの定理に従って信念は更新される．

定理 1. VCG-equivalent in expectation メカニズムにおいて，正直な戦略の組と各ノードにおける信念は逐次均衡 [Kreps 82] となる．逐次均衡においてパレート効率的な割当が実現される．

紙面の都合上，証明は割愛するが，VCG-equivalent in expectation メカニズムの効用と VCG の期待効用が等しいという事実を用いることで導出することができる．

したがって，VCG-equivalent in expectation メカニズムでは相手が正直な戦略を用いる限り，自分も正直な戦略を用いることで期待効用を最大化することができる．

次に，無関係なノードと称する概念を導入する．

定義 4 (無関係なノード)**.** 参加者 i，$int(d) = i$ なるノード d について，$\forall\theta_{-i} \in \Theta^d_{-i}, \forall\theta_i,\theta'_i \in \Theta^d_i$, $\bar{a}(\Theta^{d_l}) = \bar{a}(\Theta^{d'_l})$ かつ $\bar{t}_i(\Theta^{d_l}) = \bar{t}_i(\Theta^{d'_l})$ が成り立つならば，このときに限り，d は i にとって無関係であるという．ただし，d_l, d'_l は葉ノードであり，$\Theta^{d_l}_i \ni (\theta_i,\theta_{-i}), \Theta^{d'_l}_i \ni (\theta'_i,\theta_{-i})$ を満たす．

ノード d が参加者 i にとって無関係ならば，i の回答は割当と i の補償に影響を与えない（他の参加者のタイプにのみ依存する）ため，i は送信されたクエリに対して正直に答える誘因をもたない．したがって，二分決定木は無関係なノードを含まないことが望ましい．

無関係なノードを含まない VCG-equivalent メカニズムを構築することができるか考える．例 1 を $\Theta_1 = \{8\}$ した場合について考える．このとき，クエリを送信せずとも参加者 1, 2 は 1 財を得ることが決定している．しかし，クエリを送信しなければ参加者 1 の VCG の補償を計算することはできないため，参加者 2 にとって無関係なクエリを送信する必要がある．したがって，次の定理が成り立つ．

定理 2. 無関係なノードを含まない VCG-equivalent メカニズムが存在しない N, M, Θ が存在する．

パレート効率的な割当を決定するために送信するクエリは無関係でないので，次の定理が成り立つ．

定理 3. 任意の N, M, Θ について，無関係なノードを含まない VCG-equivalent in expectation メカニズムが存在する．

5. 日本の第四世代の周波数オークションへの応用

本章では，提案手法は実用的な応用が可能であることを示すために，日本の第四世代の周波数オークション [松島 12] に適用可能な VCG-equivalent in expectation メカニズムを構築する．日本政府はキャリアに 3.4 ∼ 3.6 GHz の周波数帯域の利用権（周波数帯域幅は 200 MHz）を割り当てる予定である．現在，対象の 200 MHz を 10 ロットに分ける予定である（各ロットは 20 MHz の周波数帯域幅となる）．日本政府は 1 ロットの周波数帯域幅を 20 MHz として，10 ロットの周波数帯域の利用権をキャリアに割り当てる予定である．同時送受信方式として，時分割複信（Time Division Duplex, TDD）と周波数分割複信（Frequency Division Duplex, FDD）という二つの方式がある．FDD は，上りと下りで 1 ロットずつ利用するため，2 ロットをまとめて割り当てる必要がある．すなわ

```
1.  p を 0, q を 0, flag を "p" とする.
2.  各参加者 i は需要 FDD(i,p+q), TDD(i,p) を宣言.
3.  if 全員の需要の和
        D = Σ_{i∈N} 2 × FDD(i,p+q) + TDD(i,p)
        が m 以下,
    then 各参加者 i は申告した需要の分だけ財を得る.
        更に, D = m − 1 ならば,
        最後に TDD の需要を減少させた参加者は
        TDD のライセンスを 1 個得る.
        オークション終了.
4.  Σ_{i∈N} TDD(i,p) ≥ m ならば, p を p + δ とした後,
        q を p とし, 2 へ.
5.  flag = "p" で TDD の需要を減少させた参加者
        が存在するならば, flag を"q"にする.
6.  flag = "q", p = q ならば, flag を "p" にする.
7.  flag = "p" ならば, p を p + δ とし,
    そうでなければ q を q + δ とし, 2 へ.
```

図 2: 競り上げ周波数オークションメカニズム

ち，FDD を用いるキャリアにとって，1 ロットのみの割当は意味をなさない（2 ロットに補完性がある）．周波数帯域の利用権の割当の際に，政府には技術的な中立を保つことが要求されている．すなわち，10 ロットをある方法により，TDD として割り当てるグループと，FDD として割り当てるグループの二つのグループに分けることは望ましくない．

この問題のように，二つの財の間に補完性がある場合，Ausubel オークション [Ausubel 04] のようなシンプルな競り上げオークションメカニズムを用いることはできない．そこで，本論文では，VCG-equivalent in expectation メカニズムのアイデアに基づいたシンプルな競り上げオークションメカニズムを提案する．

日本の第四世代の周波数オークションを次の簡単なモデルとして扱う．割り当てるロット数を m とする．ここで，m は偶数とする．FDD のライセンスは一つにつき，2 ロット必要であり，TDD のライセンスは一つにつき，1 ロット必要である．a 個の FDD のライセンスと b 個の TDD ライセンスの割当を (a, b) と表す．各参加者について，FDD と TDD の評価値は独立と仮定する．更に，各ライセンスについて，限界効用逓減を満たすと仮定する．簡単のため，評価値は離散であると仮定する．すなわち，評価値は δ の倍数である．また，各参加者の評価値は異なり，タイは生じないとする．これは単に，タイブレークの取り決めによるメカニズムの煩雑化を防ぐためである．パレート効率的な割当の決定に必要な情報を得ることができるため，タイを扱うことは可能である．

提案メカニズムのキーポイントは，二つの価格 p, q を持つことである．ここで，p は一つあたりの TDD のライセンスの価格を表し，$p + q$ は一つあたりの FDD のライセンス（2 ロット必要）の価格を表す．

簡単な例を用いて，メカニズムの動作を説明する．$m = 2$ とし，参加者は 4 人とする．参加者 $1, 2$ は TDD のライセンスが一つ必要であり，参加者 $3, 4$ は FDD のライセンスが一つ必要とする．$\delta = 1$ とし，各参加者の評価値は 1 から 10 の間の値から一様ランダムに決定されるとする．最初に，参加者 $1, 2, 3, 4$ の評価値が $2, 4, 8, 10$ の場合を考える．

$p = q = 0$，flag = ”p” として，メカニズムは開始する．メカニズムは p, q を 1 ずつ増加させる．$p = q = 3$ のとき，参加者 1 は TDD の需要を 0 にする．次に，メカニズムは p を 1 ずつ増加させる．$p = 5$ のとき，参加者 2 は TDD の需要を 0 にする．flag が ”q” となり，メカニズムは q を 1 ずつ増加させる．$q = 4$ のとき，参加者 3 は FDD の需要を 0 にする．$D = 2 \leq m$ となったため，オークションは終了する．この場合，FDD の需要を持つ参加者 3 は FDD のライセンスを 1 個得る．メカニズムは，参加者 1 の評価値が 2，参加者 2 の評価値が 4, 参加者 3 の評価値が 8 であるという情報を得ている．したがって，参加者 3 の補償を計算することが可能であり，-8 となる．

この例では，メカニズムが参加者 $1, 2$ のタイプの情報を得ているので，補償は VCG と等しいが，メカニズムが完全にタイプ情報を得ていない場合は VCG の補償の期待値を用いる．

定理 4. この競り上げオークションメカニズムはパレート効率的な割当を行う．

定理 5. この競り上げオークションメカニズムは無関係なノードを持たない．

紙面の都合上，証明は割愛する．

したがって，提案メカニズムでは，相手が正直な戦略を用いる限り自分も正直な戦略を用いることで期待効用を最大化され，かつ，無関係なクエリを送信しない．

6. 結論

BDT-based メカニズムと称する簡単なモデルを基に，VCG-equivalent メカニズムは無関係なクエリを送信する必要があることを本論文は示した．更に，VCG-equivalent in expectation メカニズムでは，正直な戦略の組が逐次均衡となることを本論文は示した．また，無関係なクエリを送信することのない VCG-equivalent in expectation メカニズムが構築可能であることを本論文は示した．最後に，VCG-equivalent in expectation メカニズムの実用的な応用として，日本の第四世代の周波数オークションに適用可能なメカニズムを本論文は構築した．

今後の課題として，構築した日本の第四世代の周波数オークション向けのメカニズムが正直な戦略を用いることで期待効用を最大化することを直感的に分かりやすくすることが挙げられる．

参考文献

[Ausubel 04] Ausubel, L. M.: An Efficient Ascending-Bid Auction for Multiple Objects, *American Economic Review*, Vol. 94, No. 5, pp. 1452–1475 (2004)

[Kreps 82] Kreps, D. M. and Wilson, R. B.: Sequential Equilibria, *Econometrica*, Vol. 50, No. 4, pp. 863–94 (1982)

[Parkes 06] Parkes, D. C.: Iterative Combinatorial Auctions, in *Combinatorial auctions*, pp. 41–78, MIT Press (2006)

[横尾 06] 横尾 真 : オークション理論の基礎 –ゲーム理論と情報科学の先端領域–, 東京電機大学出版局 (2006)

[松島 12] 松島 斉 : 4G 周波数オークション・ジャパン: Japanese Package Auction(JPA) 設計案の骨子, http://hdl.handle.net/2261/51497 (2012)