

多数目的最適化における収束性向上のための多群移動型手法の検討

A study on Multi-group Moving Method to Improve Convergence in Many-Objective Optimization Problems

平野博之*¹ 吉川大弘*²
Hiroyuki Hirano Tomohiro Yoshikawa

名古屋大学大学院工学研究科
Graduate School of Engineering Nagoya University

Particle Swarm Optimization (PSO) is one of the most effective search methods in optimization problems. Multi-objective Optimization Problems (MOPs) has been focused on and PSO researches applied to MOPs have been reported. On the other hand, the problem that the search performance using conventional methods for MOPs becomes low is reported in Many-objective Optimization Problems (MaOPs) which have four or more objective functions. The authors have proposed two-step search method based on PSO for MaOPs. In the first step, it divides the population into some groups, and each group performs the single objective search for each objective function and the center of them. In the second step, the search is performed to acquire the diversity of Pareto solutions by PSO search with the goal, global-best, based on the solutions acquired in the first step. This paper studies the performance of the proposed method applied to a benchmark problem.

1. はじめに

進化計算手法 (Evolutionary Computation: EC) の多目的最適化問題 (Multi-objective Optimization Problems: MOPs) への適用に関する研究が盛んに報告されている [1]. これらの研究においてはこれまで, 2 目的もしくは 3 目的の MOPs に対する検討が一般的であったが, 近年の計算機の性能向上によって, より大規模な問題への EC の適用が可能になりつつあり, MOPs の中でも特に, 4 目的またはそれ以上の目的関数を有する, 多数目的最適化問題 (Many-objective Optimization Problems: MaOPs) が注目されてきている [2][3].

MOPs においては, 各目的関数がトレードオフの関係にある場合, 一意に優位となる解を求めることができないため, 少なくとも一つの目的関数で他に劣っていない解 (パレート解) の集合を求めることが必要となる. 多点探索法である遺伝的アルゴリズム (Genetic Algorithm: GA) を MOPs に適用した, 多目的遺伝的アルゴリズム (Multi-Objective Genetic Algorithm: MOGA) は, 一度に多様なパレート解集合を求めることができるため, MOPs に対して有効な探索手法であることが報告されている [4][5]. MOGA は, 目的関数の数が少ない場合においては, 収束性, 多様性共に優れたパレート解を探索できる一方で, 目的関数の数が大きくなるに従って, 探索における選択圧が弱くなることで, 解の探索が効率よく行えなくなることが報告されている [2]. また同様に [3] では, MaOPs においてパレート最適フロントへの収束の難しさ, 多様性を維持することの困難さについて述べられており, MaOPs においてはこれらの問題を解決することが重要であると示されている. このように近年, MaOPs においてパレート解の収束性と多様性を両立することが, 1 つの重要な課題となっている.

これに対し筆者らは, MaOPs に対する効率的な探索手法として, PSO (Particle Swarm Optimization) に基づく 2 段階探索法を提案してきた [6]. 提案手法では, 1 段階目の探索において, 収束性の高いパレート解を探索することを目的として,

探索母集団を複数の集団に分割し, それぞれの集団が単一目的最適化を行う. また 2 段階目の探索では, 多様性のあるパレート解を探索することを目的として, EC の一つである PSO を用いることで, 1 段階目に各目的関数の方向に単一目的最適化を行っていた各集団が, 中心方向を目指した探索を行う.

本稿では, MaOPs の例として, 多目的のベンチマーク関数である DTLZ 関数 [2] を対象とし, 提案手法と MOGA や PSO における従来手法とを比較することにより, 提案手法の探索能力について評価する.

2. 提案手法

多(数)目的最適化問題においては, 収束性, 多様性共に優れた性能を持つ探索手法が必要である. 筆者らは, 探索を 2 段階に分け, 1 段階目では収束性を重視した探索, そして 2 段階目に多様性を重視した探索を行う手法を提案してきた [6]. 本章では, [6] からの改善点について主に説明する. なお, 以下の説明では, 対象とする問題の目的関数の数を m とし, 全て関数の最小化問題であるとする.

2.1 切り替え世代数

[6] では, 1 段階目から 2 段階目の探索に切り替える条件は, 事前に決められた世代数を用いていたため, その設定が不適切であると, 探索性能が大きく低下することが問題点として挙げられていた. 本稿では, 収束性と多様性の重要性は同じであると考え, 1 段階目から 2 段階目の探索に切り替える世代数は, 全探索世代数/2 (“切り替え世代数”と呼ぶ) とする. ただし, 1 段階目は 1 つの目的関数だけの単一目的最適化を行っているため, 問題が簡単な場合や, 世代数が十分に準備されている場合は, 切り替え世代数に達する前に, 集団が収束してしまうことが予想される. さらに, 1 つの目的関数のみを最適化しているため, 他の目的関数も考慮した場合, 必ずしも収束性の高い解が求められているとはいえない. そこで, 各目的関数方向を探索している集団における l_{best} 個体の非更新世代数, すなわち l_{best} が連続して改善されていない世代数が閾値以上となったとき, その集団は収束したとみなし, 探索を切り替え, その目的関数の収束性は維持した上で, 他の目的関数についても

連絡先: 平野博之, 名古屋大学大学院工学研究科, 名古屋市千種区不老町, 052-789-2793, 052-789-3166, hirano@cmlpx.cse.nagoya-u.ac.jp

収束性の高い解を探索する。すなわち、1段階目の探索の余力を、2段階目の探索のための準備に用いる。

以降、目的関数 j を1段階目で探索した集団を例に説明する。上述の2段階目への準備探索においては、提案手法における制約法 [6] を用いた探索を行う。ただし、2段階目での制約法と違い、式 (1) における制約 ϵ_j をできるだけ f_{jmin} (1段階目で得られた対象となる目的関数 j の最小評価値) に近づけることで、1段階目で最適化した目的関数の評価値を保持したまま、他の目的関数の評価値を向上させる。このとき、他の目的関数に対して、式 (2) に示す形で重みを与えることができる。また、多様性を求めるための探索ではないため、 ϵ_j の値は変化させずに探索を行う。また、1段階目ではアーカイブ保存は行わない。

$$\text{minimize } \max w_i f_i(x), (i = 1, 2, \dots, m, i \neq j) \quad (1)$$

$$\sum_{i=1}^m w_i = 1 (i \neq j) \quad (2)$$

$$\text{subject to } f_j(x) \leq \epsilon_j + \Delta\epsilon_j \quad (3)$$

$$\Delta\epsilon_j = (f_{jgbest} - f_{jmin})/10 \quad (4)$$

2.2 探索方向の変更

上述の2段階目の準備探索において、各目的関数方向を探索する集団における式 (1) の重み w_i (“ w_i start” と呼ぶ) と、中心方向を探索する集団 (1段階目) における式 (1) の重み w_i (“ w_i goal” と呼ぶ) が等しくないとき、2段階目における w_i を w_i start として探索を行うと、 w_i start と w_i goal とのずれにより、集団が適切に中心方向 (w_i goal 方向) へ向かうことができない。そこで、2段階目開始時の w_i は w_i start とするが、制約が更新されるたびに、 w_i に Δw_i (式 (5)) を加えることで、最終的に w_i が w_i start \rightarrow w_i goal となるように更新を行う。

$$\Delta w_i = (w_i \text{goal} - w_i \text{start})/10 \quad (5)$$

2.3 アーカイブ保存方法

提案手法における2段階目の探索では、探索個体そのものは中心に向かって移動するため、得られたパレート解をアーカイブとして保存する必要がある。そこで2段階目において、 l_{best} が更新されるたびに、 l_{best} を各集団に対して設けたアーカイブへ保存する方法を用いる。これは、特に多数目的最適化問題においては、全ての個体がパレート解になりやすいため、探索の過程で生成された、収束性は高くないがパレート解とはなってしまう解が、アーカイブとして保存されることを避けるためである。さらにこれらの解は、極めて疎な領域に存在することも多いため、混雑度を基準としたアーカイブ選択でも保存されやすくなってしまふ。ただし更新された l_{best} だけを保存する機構では、 l_{best} の更新が少ないとき、 l_{best} となった個体以外で多くのパレート解が求められていたとしても、それらは保存されない。そこで提案手法では、評価値空間上で $l_{b_{t-1}}$ と l_{b_t} の間に存在するパレート解もアーカイブとして保存する。これにより、各目的関数方向を探索していた集団の l_{best} と、全体の g_{best} とを結ぶ軌跡のパレート解だけを、アーカイブとして保存することが可能となる。

最終世代において、各目的関数方向それぞれの集団におけるアーカイブと、中心方向を最適化していた集団を合わせてランキングソートを行うことで、最終的に得られるアーカイブを

表 1: 速度更新式のパラメータ

手法	$vmax$	w	c_p	c_l	c_g
提案手法 (1段階目)	0.1	0.6	3.0	1.0	0.1
提案手法 (2段階目)	0.01	0.6	3.0	1.0	0.1
Sigma	0.05	0.8	3.0	-	1.0
Sierra	0.05	0.6	3.0	-	1.0

全てランク 1 の個体とする。このアーカイブ保存方法により、提案手法により求められる、収束性の高いパレート解のみを保存することができると考えられる。なお各集団においてアーカイブ数が上限に達した場合、ランキングソートと混雑度に基づき個体数を調整する。

3. 実験

3.1 評価指標

本稿では、多目的実数ベンチマーク関数として DTLZ2[2] に提案手法を適用し、従来手法との性能比較を行った。探索で得られたパレート解の収束性に対する評価指標として収束度 I_p (Proximity Indicator)、解の多様性の評価指標として被覆率 CR (Cover Rate) をそれぞれ用いた [7]。

I_p では、各個体の評価値空間における最適パレートフロントからの距離の平均を算出することで、パレート解の収束性を表している (式 (6))。式 (6) における f_{ij} は個体 i における目的関数 j の評価値、 F_{pd} は原点からのパレートフロントの距離を示している。本稿で用いる DTLZ2 のパレートフロントは、半径 1 の超球上に分布するため、 $F_{pd} = 1$ となる。 I_p は値が小さいほど収束性が高いことを表し、 $I_p = 0$ のとき解が最適パレートフロント上に分布していることを示している。

$$I_p = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left[\left\{ \sum_{j=1}^m f_{ij}^2 \right\}^{1/2} - F_{pd} \right] \quad (6)$$

また被覆率 CR は、各目的関数の軸に対して、最大値および最小値の間を、あらかじめ決められた分割数 N_{CR} で分割する。この分割された領域の中に解が 1 つでも存在する場合は 1、存在しない場合には 0 とする。そして解が存在した領域の数を分割数で除したものをその目的関数に対する被覆率として求め、全ての目的関数の被覆率について平均をとったものを、最終的な被覆率 CR として得る。被覆率は $0 \leq CR \leq 1$ の値をとり、値が大きいほど多くの領域で解が存在し、逆に値が小さいほど解が狭い領域に集中し、多様性が少ないことを示している。本稿では、被覆率を求めるための各目的関数に対する評価値の範囲を、DTLZ2 のパレートフロントの範囲 ($0.0 \leq f_j \leq 1.0$) とした。また、分割数は個体数とした。

3.2 実験条件

提案手法と MOGA、および多目的 PSO における従来手法との比較により、提案手法の性能評価を行った。また、MOGA の従来手法として NSGA-II、PSO の従来手法として Sigma 法 [8]、Sierra[9] 法をそれぞれ用いた。

NSGA-II のコーディング方法として、各設計変数の実数値を直接遺伝子とする実数コーディングを用いた。交叉として SBX[10] (分布指数 $\eta_c = 15$) を用い、親の選択方法は混雑度トーナメント選択とした。突然変異として、設計変数の実行可能領域 (0~1) の範囲内で一様な確率で値を変更する方法を用いた。また、遺伝的演算パラメータとして、交叉率を 1.0、突然変異率を 0.03 とした。PSO における速度更新式のパラメータを表 1 に示す。これらは、予備実験において、いくつかか値を

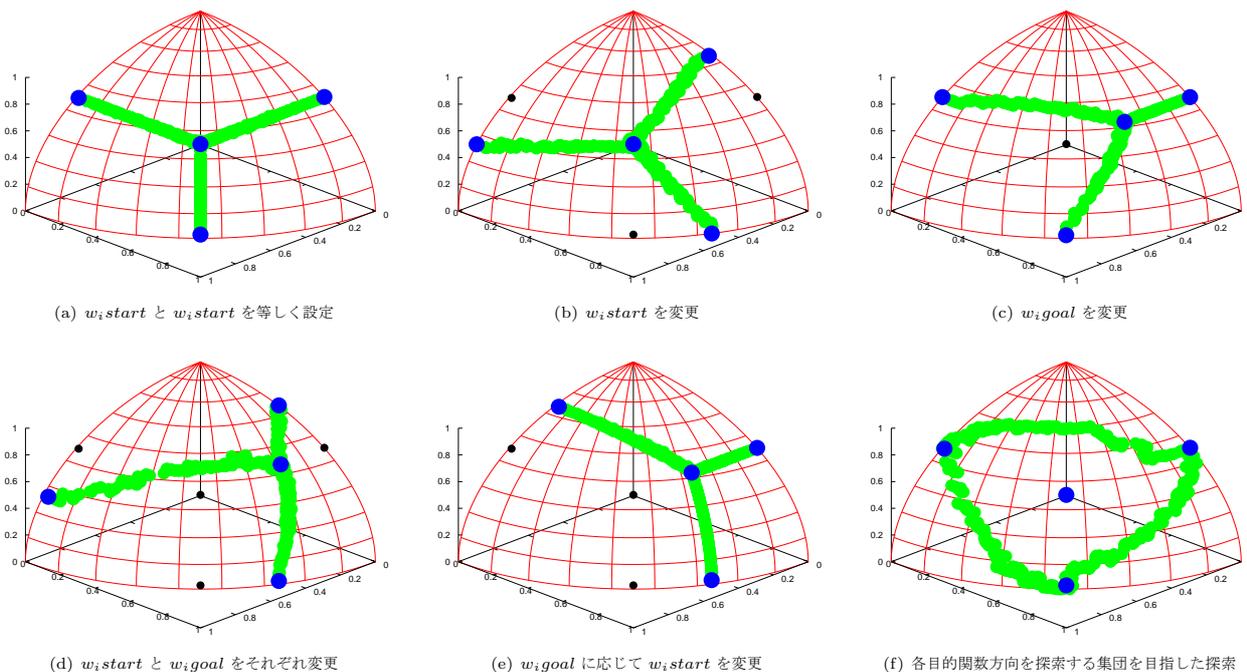


図 1: 提案手法により得られたパレート解

変えて実験し、最も性能のよかったときのパラメータセットである。提案手法において、各目的関数方向への探索を行う集団の個体数の合計と、中心方向の探索を行う集団の個体数の配分が等しくなるように設定した。例えば、5 目的 500 個体の場合は、母集団うち 250 個体を中心方向への探索に割り当て、残りの 250 個体を各目的関数方向への探索を行う集団に割り当てる、すなわち 1 目的関数あたり 50 個体で探索を行う。以下、DTLZ2 の目的関数の数は 2, 3, 4, 6, 8, 10 とした。また、従来手法の PSO において、探索の中で得られたパレート解はアーカイブとして保存し、最大アーカイブ数は探索個体数とした。最大アーカイブ数を越えた場合には、混雑度により保存するパレート解を選択した。

3.3 結果と考察

初めに、2.2 で示した 2 段階目の準備探索における、 $w_i\text{start}$ と $w_i\text{goal}$ が等しくないときの探索の様子を理解するために、3 目的の場合の探索結果を可視化する。表 2 に、2 段階目の準備探索における、それぞれの集団における重み w を示す。個体数を 500、探索終了条件を 500 世代としたときの、提案手法により得られたパレート解の分布を図 1 に示す。図において、赤色の線は DTLZ2 におけるパレートフロント面、青色の点は 2 段階目開始時の各集団の l_{best} 、緑色の点は最終世代におけるアーカイブを示している。また図 1 におけるパレート解の I_p はほぼ 0 であることが確認されたため、提案手法により得られたパレート解は、全てパレートフロント面に分布していたと考えられる。

図 1 より、 $w_i\text{start}$ と $w_i\text{goal}$ が等しくない場合でも、2.2 で示した方法を用いたことにより、適切な経路に沿って探索できていたことが確認された。また、図 1(f) のように、 $w_i\text{goal}$ を中心方向を探索していた集団の重み w とするのではなく、各目的関数方向を探索していた集団の重み w とすることで、中心方向以外への探索を行うことも可能である。

次に、3.1 で述べた収束度 I_p 、被覆率 CR を用いて提案手法と従来手法との比較を行った。世代数を 500 世代、1000 世代としてそれぞれ探索を 50 試行ずつ行い、各試行で得られた

表 2: 2 段階目の準備探索におけるそれぞれの集団の w_i

	f_1 方向 $w(f_2, f_3)$	f_2 方向 $w(f_3, f_1)$	f_3 方向 $w(f_1, f_2)$	中心方向 $w(f_1, f_2, f_3)$
図 1(a)	(1/2, 1/2)	(1/2, 1/2)	(1/2, 1/2)	(1, 1, 1)
図 1(b)	(2/3, 1/3)	(2/3, 1/3)	(2/3, 1/3)	(1, 1, 1)
図 1(c)	(1/2, 1/2)	(1/2, 1/2)	(1/2, 1/2)	(2, 1, 1)
図 1(d)	(2/3, 1/3)	(2/3, 1/3)	(2/3, 1/3)	(3, 1, 1)
図 1(e)	(1/2, 1/2)	(1/3, 2/3)	(2/3, 1/3)	(2, 1, 1)
図 1(f)	(1/2, 1/2)	(1/2, 1/2)	(1/2, 1/2)	(1, 1, 1)

パレート解の I_p 、 CR の平均値をそれぞれ表 3、表 4 に示す。提案手法における $w_i\text{start}$ 、 $w_i\text{goal}$ は図 1(a) のように、全ての評価関数で同じ重みになるように設定した。表では、一番左の列が各手法を、2 列目以降は目的関数の数と世代数を示している。

表 3、表 4 から、NSGA-II では、目的数が少ないとき、 I_p がほぼ 0 となり、被覆率も高いことから、パレートフロントを精度よく近似できていることがわかる。しかし、目的数を増やしていくと、他の手法と比べ I_p が著しく大きくなっていくことがわかる。これは、選択圧が弱くなり、解が多様化する方向にばかり探索が進んでしまうことで、収束性が低くなってしまったことが原因であると考えられる。

PSO の従来手法である Sigma 法、Sierra 法についても NSGA-II と似た傾向がみられたが、目的数を増やしたときの収束性は NSGA-II よりも良いといえる。しかし提案手法の I_p と比べると値は高く、パレートフロントに到達するまでの収束性はない。また Sierra 法では 8 目的以上の場合、世代数を増やすと I_p の値が高くなっていることがわかる。Sierra 法では、混雑度の低い個体を g_{best} とする探索を行うため、収束性は低いがいずれ解が少ない領域への探索が進んでしまったと考えられる。

一方で提案手法では、目的数によらず、 I_p がほぼ 0 となっていることから、MaOPs においても極めて高い収束性を持った解が求められていることがわかる。しかし提案手法において

表 3: 収束度 I_p

手法	500 世代						1000 世代					
	2 目的	3 目的	4 目的	6 目的	8 目的	10 目的	2 目的	3 目的	4 目的	6 目的	8 目的	10 目的
提案手法	0.000	0.001	0.001	0.001	0.002	0.003	0.000	0.000	0.001	0.001	0.001	0.002
NSGA-II	0.000	0.005	0.225	1.564	1.936	2.078	0.000	0.004	0.229	1.539	1.940	2.069
Sigma	0.001	0.013	0.109	0.398	0.594	0.780	0.001	0.010	0.062	0.336	0.560	0.779
Sierra	0.000	0.001	0.084	0.330	0.389	0.462	0.000	0.001	0.044	0.317	0.430	0.768

表 4: 被覆率 CR

手法	500 世代						1000 世代					
	2 目的	3 目的	4 目的	6 目的	8 目的	10 目的	2 目的	3 目的	4 目的	6 目的	8 目的	10 目的
提案手法	0.696	0.403	0.271	0.172	0.166	0.195	0.694	0.402	0.269	0.172	0.144	0.159
NSGA-II	0.690	0.713	0.480	0.353	0.402	0.421	0.691	0.712	0.483	0.354	0.399	0.417
Sigma	0.432	0.693	0.625	0.571	0.542	0.516	0.558	0.696	0.638	0.569	0.529	0.502
Sierra	0.765	0.779	0.705	0.592	0.553	0.548	0.765	0.780	0.717	0.600	0.571	0.550

は、目的数を増やすほど、被覆率が小さくなっていることがわかる。これは適用した DTLZ2 の関数の性質によるものであることが確認できた。提案手法では、1 段階目で最適化した目的関数の評価値を保持したまま、他の目的関数の評価値を均等に向上させるため、例えば 6 目的の場合、各目的関数の最悪値は約 0.5 となる。目的関数の数が多いほど、この最悪値は小さくなるため、目的関数を 1 次元ずつに射影したとき、パレート解の分布は狭くなる。しかし 3.1 で示した通り、被覆率 CR は $0.0 \leq f_j \leq 1.0$ で算出されるため、提案手法ではいわば各目的関数において劣っている領域のパレート解が存在していないことが、低い被覆率となった原因であると考えられる。なお提案手法において多様性を高めるためには、図 1 に示したように、 $w_i start$ や $w_i goal$ を複数の方向に設定し、線形状ではあるが、多様な経路による 2 段階目の探索が有効であると考えられる。

4. まとめ

本稿では、筆者らの提案してきた、PSO に基づく 2 段階探索法の性能について検討を行った。DTLZ2 問題への適用により、収束性、多様性それぞれに対する評価指標を用いて従来手法と比較することで、多数目的最適化問題においては、提案手法が収束性の面で特に優れたパレート解を得ることができることを示した。今後は、提案手法における多様性向上のための検討や、他の問題での検討を行っていく予定である。

謝辞

なお本研究は、HPCI 戦略プログラム分野 4 次世代ものづくり研究開発課題 4 「多目的設計探索による設計手法の革新に関する研究開発」[11] の研究の一環として遂行された。

参考文献

- [1] C.A.C. Coello, G.B. Lamont, and D.A. Van Veldhuizen. *Evolutionary algorithms for solving multi-objective problems*. Springer-Verlag New York Inc, 2007.
- [2] K. Deb, L. Thiele, M. Laumanns, and E. Zitzler. Scalable multi-objective optimization test problems. *Proceedings of the 2002 IEEE Congress on Evolutionary Computation (CEC-2002)*, pp. 825–830, 2002.
- [3] T. Hiroyasu, H. Ishida, M. Miki, and H. Yokouchi. Difficulties of evolutionary many-objective optimization. *The science and engineering review of Doshitsya University*, Vol. 50, , 2008.
- [4] K. Deb, A. Pratap, S. Agarwal, and T. Meyarivan. A fast and elitist multiobjective genetic algorithm: Nsga-ii. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, Vol. 6, No. 2, pp. 182–197, 2002.
- [5] Q. Zhang and H. Li. Moea/d: A multiobjective evolutionary algorithm based on decomposition. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, Vol. 11, No. 6, pp. 712–731, 2007.
- [6] 平野博之, 吉川大弘. 多数目的最適化における pso を用いた 2 段階探索法の提案. *進化計算学会論文誌*, Vol. 3, No. 3, pp. 163–172, 2012.
- [7] 渡邊真也, 廣安知之, 三木光範. 近傍培養型遺伝的アルゴリズムによる多目的最適化. *情報処理学会論文誌*, 数理モデル化とその応用, 2002.
- [8] S. Mostaghim and J. Teich. Strategies for finding good local guides in multi-objective particle swarm optimization (mopso). *Proceedings of the 2003 IEEE Swarm Intelligence Symposium*, pp. 26–33, 2003.
- [9] M. Sierra and C. Coello Coello. Improving pso-based multi-objective optimization using crowding, mutation and \in -dominance. *Evolutionary Multi-Criterion Optimization*, pp. 505–519, 2005.
- [10] K. Deb and R.B. Agrawal. Simulated binary crossover for continuous search space. *Complex Systems*, Vol. 1, No. 9, pp. 115–148, 1994.
- [11] <http://www.ciss.iis.u-tokyo.ac.jp/supercomputer/about/>.