

# 評価値空間と設計変数空間における個体間の距離関係に基づく相関非対応性の導出

Development of Non-Correlation Correspondence based on Distance Relation between Individuals in Objective Space and Design Variable Space

吉田 徹\*<sup>1</sup>      吉川大弘\*<sup>2</sup>  
Toru Yoshida      Tomohiro Yoshikawa

名古屋大学工学研究科  
Graduate School of Engineering Nagoya University

Recently, a lot of studies on Multi-Objective Genetic Algorithm (MOGA), in which Genetic Algorithm is applied to Multi-objective Optimization Problems (MOPs), have been reported actively. MOGA has been also applied to the engineering design field, then it is important not only to obtain good Pareto Solutions but also to analyze the obtained Pareto Solutions. In order to analyze Pareto solutions obtained by MOGA, it is required to consider both the objective space and the design variable space. In this paper, we define “Non-Correspondence” between the objective space and the design variable space in terms of distance relation between individuals, and extract the non-correspondence area in Pareto Solutions based on the correlation coefficient calculated by the distance with each individual between in the objective space and in the design variable space.

## 1. はじめに

近年、多目的最適化問題 (Multi-objective Optimization Problems : MOPs) に遺伝的アルゴリズムを応用した、多目的遺伝的アルゴリズム (Multi-objective Genetic Algorithm : MOGA) に関する研究が盛んに行われている [1]. 多目的最適化問題とは、複数の目的関数を同時に最大化もしくは最小化する問題である。しかし、通常これらの目的関数にはトレードオフの関係があり、一意に優れている解を求めることができない。そのため、他の解に対して、少なくとも一つの目的関数において劣っていない解集合であるパレート解を求める必要がある。

さらに近年では、計算機の性能向上にとともに、MOGA の工学分野への応用に関する研究が報告され始めている [2][3]. それにより、MOGA を用いて精度の高いパレート解集合を得るだけでなく、得られた解集合を解析することで、対象問題に対する設計知識を獲得することが求められている。

大林 [3] は、航空機主翼の形状設計最適化問題において、MOGA によりパレート解集合の獲得を行うとともに、自己組織化マップ (Self Organizing Map: SOM) を用いて、得られた解集合の評価値と設計変数との関係を可視化し、問題の性質に対する解析を行っている。工藤ら [4] は、Isomap における測地距離の概念を用いて、評価値空間での近傍関係に基づいた設計変数空間における個体間距離関係を可視化する手法を提案し、得られたパレート解に対する評価値空間と設計変数空間の関係性について解析を行っている。

本稿では、評価値空間と設計変数空間を共に考慮したパレート解の解析を行うことを想定し、その中でも特に、評価値空間と設計変数空間における“非対応性”に注目する。本研究では、評価値空間と設計変数空間の非対応性について、以下の3つを定義する。

- 個体間距離関係の非対応性
- バラつきの非対応性

連絡先: 吉田 徹, 名古屋大学大学院工学研究科, 名古屋市千種区不老町, 052-789-2793, 052-789-3166, yoshida@cmlpx.cse.nagoya-u.ac.jp

## ● 変化量の非対応性

本稿では特に、個体間距離関係の非対応性について定義するとともに、評価値空間と設計変数空間における個体間距離に基づく相関係数により、その抽出を試みる。初めに、多目的最適化問題のベンチマーク関数である DTLZ4[5] において、個体間距離関係の非対応性抽出に用いる相関係数について検討する。次に、JAXA から提供されているハイブリッドロケットエンジンの概念設計最適化問題 [6] を対象とし、得られたパレート解に対して、上記非対応性を持つ領域の抽出、及びそれらに対する解析を行う。

## 2. 相関係数に基づく個体間距離関係の非対応性の抽出

本稿では、個体間距離関係の非対応性について注目する。個体間距離関係が非対応な領域とは、評価値空間と設計変数空間における個体間の距離関係が類似していない領域のことを指す (以降、“非対応領域”と呼ぶ)。この例を図1に示す。図1において、赤枠で囲まれた、評価値空間と設計変数空間における個体間の距離関係が類似している領域を対応領域、また、緑枠で囲まれた、それらの距離関係が類似していない領域を非対応領域と定義する。この非対応領域を抽出するために、評価値空間と設計変数空間それぞれにおける個体間距離による相関係数を算出する。本稿では、この相関係数に関して、ピアソンの積率相関係数、スピアマンの順位相関係数の2つの方法について検討する。

以下に、一般的な相関係数の計算法であるピアソンの積率相関係数を用いた場合の個体  $i$  の相関係数の求め方の手順を示す。初めに、評価値空間上において近傍半径を定義する。次に、個体  $i$  からこの近傍半径以内にある個体を対象個体とし、評価値空間における各対象個体とのユークリッド距離と、設計変数空間における各ユークリッド距離をそれぞれ算出する。次に、算出した各距離を用いて式 (1) により相関係数を計算する。ただし式 (1) において、 $d_{fj}$  は個体  $i$  と対象個体  $j$  との評価値空間におけるユークリッド距離、 $d_{dj}$  は  $i$  と  $j$  との設計変数空間におけるユークリッド距離、 $n$  は対象個体数、 $r_i$  は個体  $i$  の相関係数である。

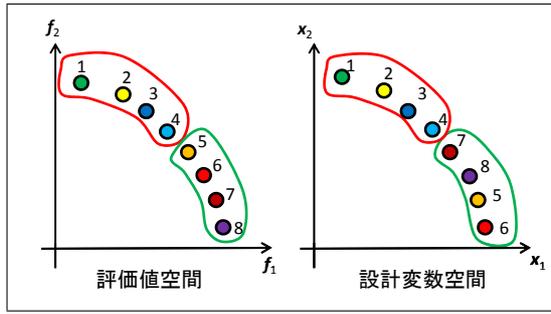


図 1: 対応・非対応領域

$$r_i = \frac{\sum_{j=1}^n (d_{fj} - \bar{d}_f)(d_{dj} - \bar{d}_d)}{\sqrt{\sum_{j=1}^n (d_{fj} - \bar{d}_f)^2} \sqrt{\sum_{j=1}^n (d_{dj} - \bar{d}_d)^2}} \quad (1)$$

次にスピアマンの順位相関係数を用いた場合の手順について示す。ピアソンの積率相関係数のときと同様に、評価値空間上において近傍半径を定義し、個体  $i$  から近傍半径以内にある個体を対象個体とする。評価値空間、設計変数空間それぞれにおいて、対象個体との距離に近い順に順位をつけ、求めた順位をもとに式 (2) により相関係数を計算する。図 2 に、個体間距離関係の近傍順位の例を示す。図 2 は個体 2 に対する相関係数を求めるときの例であり、個体 1,3,4 が対象個体である場合の例を示している。赤い数字は個体 2 から他の対象個体までの近傍順位を示している。なお式 (2) において、 $o_{fj}$  は個体  $i$  と対象個体  $j$  との評価値空間における近傍順位、 $o_{dj}$  は  $i$  と  $j$  との設計変数空間における順位、 $n$  は対象個体数、 $r_i$  は個体  $i$  の相関係数である。すなわち、ピアソンの積率相関係数は直接的に距離に基づき相関係数を算出し、スピアマンの順位相関係数は近傍距離の順位により相関係数を算出する。

$$r_i = 1 - \frac{6 \sum_{j=1}^n (o_{fj} - o_{dj})^2}{n^3 - n} \quad (2)$$

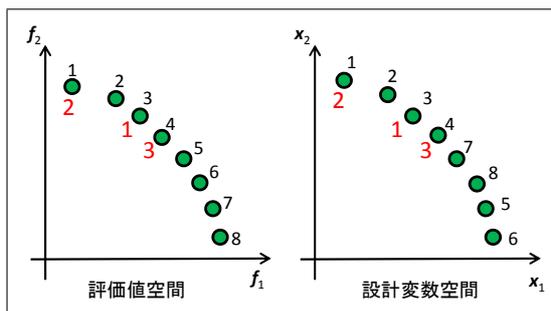


図 2: 個体間距離の近傍順位

このようにして算出した相関係数について、相関係数の値が大きい個体が集まっている領域を対応領域、相関係数の値が小さい個体が集まっている領域を非対応領域と仮定する。

### 3. 実験

#### 3.1 相関係数の検討

初めに、多目的最適化問題のベンチマーク関数である DTLZ4[5] において、2. で示したピアソンの積率相関係数を用いた相関係数と、スピアマンの順位相関係数を用いた相関係数

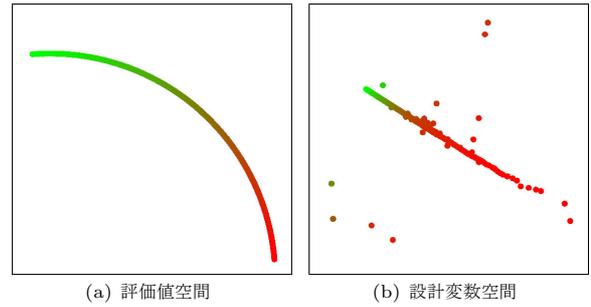


図 3: パレート解の分布 (DTLZ4)

の算出法との適性について比較した。DTLZ4 は目的数や設計変数の数を自由に設定することができ、パレートフロントは半径 1 の超球に分布する多目的最適化問題である。本稿では目的数を 2 目的とし、設計変数の数は 11 とした。

この問題に MOGA の代表的な手法である Non-Dominated Sorting Genetic Algorithm-II (NSGA-II)[7] を適用し、パレート解を得た。交叉として SBX[8] を使い、分布指数は  $\eta_c = 15$ 、交叉の際の親の選択方法は混雑度トーナメント選択とした。また突然変異として、設計変数の実行可能領域の範囲内で一様確率で値を変更する方法を用いた。実験条件は個体数を 500 個体、世代数を 500 世代、交叉率を 1.0、突然変異率を 0.01 とした。得られたパレート解 500 個体の分布を図 3(a),(b) に示す。

図 3(a) において、横軸は  $f_1$ 、縦軸は  $f_2$  を表している。また図 3(b) は、多次元尺度構成法 (MDS)[9] により 11 次元を 2 次元に低次元化した図であるため、明確な軸の意味は与えられていない。図 3(a),(b) のグラデーションは、図 3(a) の左上から順に個体番号を振り、その個体番号の小→大に対応して色付けをしている。図 3(a),(b) より、DTLZ4 の 2 目的においては、評価値空間上での個体の並び順と設計変数空間上での個体の並び順がほぼ一致していることがわかる。また DTLZ4(2 目的) の定義により、解がパレートフロントに到達していれば、評価値の大小は、設計変数 1 の値の違いに依存し、個体間の距離関係は両空間で完全に対応する、すなわち相関係数は 1 となることがわかっている。

得られたパレート解に対して、それぞれの相関係数算出法を適用したときの相関係数の値を図 4, 図 5 に示す。図では、それぞれ相関係数を大きい順に並べたグラフを表しており、横軸が個体番号、縦軸が相関係数である。ただし、相関係数を求める際に、評価値空間上で定義した近傍半径  $\epsilon$  は式 (3) で求めた。

$$\epsilon = \frac{f_{max} - f_{min}}{2} \quad (3)$$

図 4 より、上述のように、個体間の距離関係は本来類似しているにも関わらず、ピアソンの積率相関係数では、相関係数の値が小さい個体が多く求められていることがわかる。これは図 3(b) において、離れて分布している個体との距離が直接的に影響し、ピアソンの積率相関係数では相関係数が小さく導出されてしまうが、スピアマンの順位相関係数では順位を用いていることで、その影響が少なかったためであると考えられる。2. で示した個体間距離関係の非対応性の定義より、その抽出に適切な指標はスピアマンの順位相関係数であると思われる。

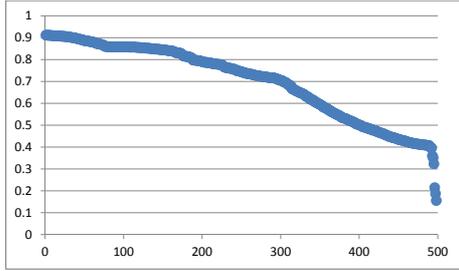


図 4: ピアソンの積率相関係数

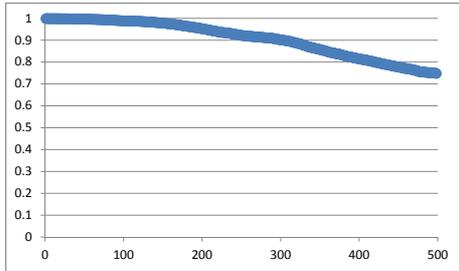


図 5: スピアマンの順位相関係数

### 3.2 ハイブリッドロケットエンジンの概念設計最適化問題における非対応領域の抽出

次に、多目的最適化問題の実問題として JAXA より提供されているハイブリッドロケットエンジンの概念設計最適化問題 [6] において、パレート解の個体間距離関係における非対応領域の抽出を試みた。本稿で用いるハイブリッドロケットエンジンの概念設計最適化問題は、表 1、表 2 に示す通り、3 目的 6 設計変数の最適化問題である。この問題についても同様に、NSGA-II を用いて探索を行い、286 個のパレート解を得た。個体数は 64 個体、世代数は 32 世代であり、交叉率は 1.0、突然変異率は 0.01 として探索を行った。

表 1: 設計変数と設定領域

V1	$\dot{m}_{oxi}(0)$	: 初期酸化剤流量	1.0~30.0[kg/s]
V2	$L_{fuel}$	: 燃料長さ	1.0~10.0[m]
V3	$r_{port}(0)$	: 初期ポート半径	0.01~0.2[m]
V4	$t_{burn}$	: 燃焼時間	15.0~35.0[s]
V5	$P_{ch}$	: 燃焼室圧力	3.0~4.0[MPa]
V6	$\epsilon$	: 開口比	5.0~7.0

表 2: 目的関数

Obj1	初期全備重量	$M_{tot}[kg]$	の最小化
Obj2	最高到達高度	$H_{max}[km]$	の最大化
Obj3	最大加速度	$a_{max}[km/s^2]$	の最小化

得られたパレート解集合 286 個体に対して、スピアマンの順位相関係数を用いた個体間距離関係の非対応性の抽出を行った。なお、相関係数を求める際に定義した近傍半径は式 (4) で求めた。

$$\epsilon = \frac{f_{max} - f_{min}}{2} \quad (4)$$

各個体の相関係数のグラフを図 6 に示す。図では、相関係数を大きい順に並べて表している。この相関係数の上位 20 個体

と下位 20 個体を抽出し、多次元尺度構成法により、評価値空間と設計変数空間を可視化した様子を図 7(a),(b) に示す。なお、演算過程、および本手法の適用時において、各目的関数の評価値は得られたパレート解の最小値と最大値によって、設計変数はそれぞれの設計可能領域を用いて、それぞれ規格化した。図 7 において、赤色で示されている個体は相関係数の上位 20 個体、緑色で示されている個体は相関係数の下位 20 個体を表している。図 7 より、相関係数の上位 20 個体は評価値空間上でも設計変数空間上でも集中して分布していることがわかる。一方、相関係数の下位 20 個体は、評価値空間上では集まっているのに対し、設計変数空間上では広く分布していることがわかる。すなわちこれらが非対応領域であり、この領域では、類似した評価値に対して、複数の設計パターンが存在することを示している。

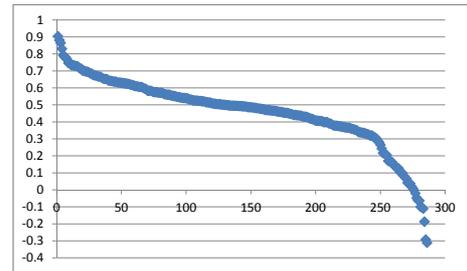
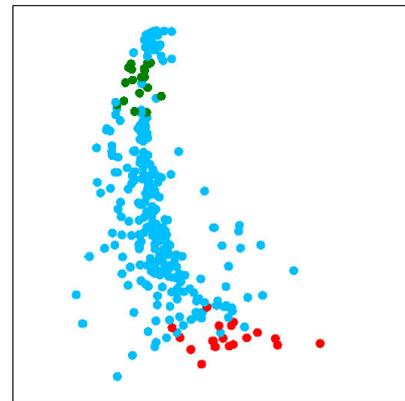
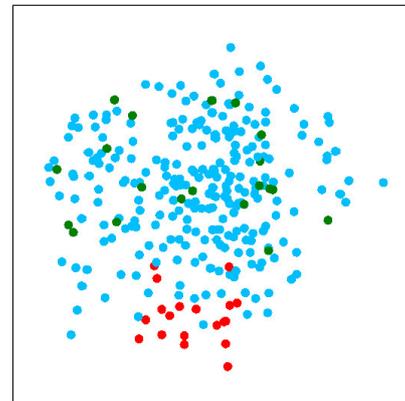


図 6: パレート解の相関係数 (HRE 問題)



(a) 評価値空間



(b) 設計変数空間

図 7: パレート解の分布 (HRE 問題)

## 4. まとめ

本稿では、評価値空間と設計変数空間における、個体間距離関係の非対応性を定義した。また評価値空間と設計変数空間における個体間距離に基づく相関係数により、その抽出を行った。ピアソンの積率相関係数とスピアマンの順位相関係数との適性について比較し、本稿で定義した個体間距離関係の非対応性の抽出指標として、スピアマンの順位相関係数を用いることが適切であることを確認した。また、多目的最適化問題の実問題であるハイブリッドロケットエンジンの概念設計最適化問題に適用し、個体間距離関係の非対応領域が抽出できることを示した。今後は、目的関数の数を多くした場合や、他の問題に適用して検討を行うとともに、得られた知見のフィードバックを行っていく。また、バラツキの非対応性や変化量の非対応性に対する検討を行っていく予定である。

## 謝辞

本研究は、HPCI 戦略プログラム分野 4 次世代ものづくり研究開発課題 4 「多目的設計探査による設計手法の革新に関する研究開発」[10] の研究の一環として遂行された。

## 参考文献

- [1] K. Deb. *Multi-objective optimization using evolutionary algorithms*. Wiley, 2001.
- [2] K. Deb. Unveiling innovative design principles by means of multiple conflicting objectives. *Engineering Optimization*, Vol. 35, No. 5, pp. 445–470, 2003.
- [3] 大林茂. 多目的最適化と設計探査. 進化計算研究会, pp. 67–72, 2007.
- [4] 工藤文也, 吉川大弘, 古橋武. ハイブリッドロケットエンジンの概念設計最適化問題におけるパレート解の解析に関する一考察. *人工知能学会論文誌*, Vol. 27, No. 2, pp. 46–51, 2012.
- [5] K. Deb, L. Thiele, M. Laumanns, and E. Zitzler. Scalable multi-objective optimization test problems. *Proceedings of the Congress on Evolutionary Computation (CEC-2002)*, pp. 825–830, 2002.
- [6] 小杉幸寛, 大山聖, 藤井孝藏, 金崎雅博. ハイブリッドロケットエンジンの概念設計最適化. 平成 21 年度宇宙輸送シンポジウム, 講演論文集, 2010.
- [7] K. Deb. *A Fast and Elitist Multiobjective Genetic Algorithm : NSGA-II*. 2002.
- [8] K. Deb and R.B. Agrawal. Simulated binary crossover for continuous search space. *Complex Systems*, Vol. 1, No. 9, pp. 115–148, 1994.
- [9] Jr John W. Sammon. A nonlinear mapping for data structure analysis. *IEEE Transactions on Computers*, Vol. C-18, pp. 401–409, 1969.
- [10] <http://www.ciss.iis.u-tokyo.ac.jp/supercomputer/about/>.