1B5-4

連続した状態空間を扱うエージェント向け論理における神託を伴う演繹系

Deduction system with oracle for an agent logic dealing with continuous state space

新出 尚之[*1] 藤田 恵[*2] 後藤 勇樹[*3] 高田 司郎[*4]
NIDE, Naoyuki Megumi Fujita Yuuki Goto Shiro Takata

[*1]奈良女子大学 研究院 自然科学系
Faculty, Division of Natural Sciences, Nara Women's University
[*2]奈良女子大学大学院 人間文化研究科
Graduate School of Humanities and Sciences, Nara Women's University
[*3]京都大学 数理解析研究所
Research Institute for Mathematical Sciences, Kyoto University
[*4]近畿大学 理工学部
Faculty of Science and Engineering, Kinki University

As a part of study into rational agents' action selections in the real world, we has proposed a temporal logic system $\mathcal{C}$-$\mathfrak{TOMATOes}$, an extension of BDI logic in which a state reached by an action has a continuous probability distribution. However, to construct a deduction system for such logic is quite difficult. For an attempt to achieve this goal, we discuss the outlook for a deduction system using mathematical calculations as oracles in a portion of reasoning about probabilistic distributions.

1. はじめに

我々は、実世界におけるロボットないしエージェントの行為決定に関する研究を進めている。単一の機能に特化、あるいは反射的な行為のみで動作するのではなく、自らの目標を保持し、その達成のための手段を推論することで行動できるエージェントの実現を目指している。そして、そのためにはエージェントは、実世界の環境の動的で多様な変化に応じて、複数の目標や行動計画を並行に保持したり、それらを合理的に取捨したりできる必要がある。

そうした柔軟な振る舞いの実現に向け、これまでに我々は、BDI モデル [Rao 97] を実装した BDI ロボットを提案し、熟考や、意図の保持に関するコミットメント戦略など、BDI モデルが提供する諸概念が、実世界ロボットの行為選択において有効に働くことを示した [藤田 12]。また、実世界で身体性を持って行動するエージェントは、センサへの外乱による行動誤差など様々な問題に直面することが指摘されており [Toda 82]、我々の手法によるエージェントの実現においても課題の 1 つであるが、これへの対処としては、低レベルの基本行為を、学習などで獲得した反射的行為によって実現し、上位の行動計画を BDI モデルによって実現する手法が有効と考えられる [高田 13]。

一方、BDI モデルのもう 1 つの重要な利点としては、形式化の手段として BDI logic という様相論理体系が用意されており、エージェントの信念や意図、あるいはそれらの時間的変化などを含むエージェントの性質について、厳密な議論を行えるという点も挙げられる。この利点を、反射的行為との結合など BDI モデルへの拡張を行った後も保つことが望まれる。

しかし、実世界での行動誤差などは連続的な分布をすることが多く、従ってこの問題に対処するには、モデルの側でも、グリッドモデルなど従来多用されてきたような離散的なモデルでは不十分である。そこで我々は、連続した状態空間を扱え、行為の結果としての状態遷移先が連続的な確率分布を持つようなモデルを記述できるように BDI logic を拡張した論理体系、$\mathcal{C}$-$\mathfrak{TOMATOes}$ を新たに提案した [新出 12]。

ここで、形式的議論によってエージェントに関するある性質を示すには、意味論的議論で行うより、演繹を用いる方が扱いやすいため、少なくとも健全性を持つ演繹体系があることが望ましい。しかし $\mathcal{C}$-$\mathfrak{TOMATOes}$ は、状態遷移先の表現に、連続的な確率分布を表す数式を使うことを許すような体系であるため、演繹体系を構築することは困難と考えられる。

そこで本論文では、恒真性を示すのに数学的計算を要する部分については、別途数学的議論を行い、それを、ある推論規則が適用できるかどうかを与える “神託” と見ることによって、部分的な演繹体系の構築を試みる。これにより、論理式で書かれたエージェントに関する性質を示す際に、演繹によることが難しい部分のみ意味論的議論を援用できる利点が生まれる。

2. 論理体系 $\mathcal{C}$-$\mathfrak{TOMATOes}$

本節では $\mathcal{C}$-$\mathfrak{TOMATOes}$ の導入を行う。$\mathcal{C}$-$\mathfrak{TOMATOes}$ は、点時刻分岐時相論理に、マルチエージェント環境における個々のエージェントの心的状態 (信念 · 願望 · 意図) を表す様相オペレータや、状態遷移先の確率密度を表現するオペレータなどを追加して拡張した論理体系である。

なお、本来の BDI logic や $\mathcal{C}$-$\mathfrak{TOMATOes}$ には、エージェントの心的状態の整合性を扱うため、心的状態相互間に関する意味論上の制約が入っており、例えば「エージェント a が将来 ϕ を達成することを願っているならば、a は将来の ϕ の達成が可能と信じている」を表す論理式 $\mathsf{DESIRE}^a\ \mathsf{EF}\,\phi \supset \mathsf{BEL}^a\ \mathsf{EF}\,\phi$ が恒真となる。しかし紙面の制約による簡単化のため、ここではその制約を入れていない。従って、信念 · 願望 · 意図は単に全く独立な 3 つの様相である。

2.1 確率密度の記述の導入

ここではまず、$\mathcal{C}$-$\mathfrak{TOMATOes}$ で導入した状態遷移先の確率密度に関するオペレータについて直感的な説明を行う。

$\mathcal{C}$-$\mathfrak{TOMATOes}$ では、自由変数 x が現れる項 τ と論理式 ϕ を用いて $\mathsf{X}^e_{@\tau}\,\phi$ と書くことにより、「イベント e で 1 時刻後へ遷移したとき、ϕ を満たす x の値の確率密度は τ である」を表す。例えば、平均 μ で分散 σ^2 の[*1]正規分布の確率密度関数 $\mathcal{N}(x \mid \mu, \sigma^2) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left(-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right)$ に対し、いま、3 引数の関数記号 norm があって、項 $\mathrm{norm}(x, \mu, \sigma^2)$ は $\mathcal{N}(x \mid \mu, \sigma^2)$ と[*2]解

連絡先: 新出尚之, 奈良女子大学 研究院 自然科学系, 奈良市北魚屋西町, 0742(20)3555, nide@ics.nara-wu.ac.jp

*1 以下では「σ^2」を、文法上は単一の定数記号と見なして扱う。
*2 正確には $\mathcal{N}(x$ の解釈 $\mid \mu$ の解釈, σ^2 の解釈) となるべきだが、

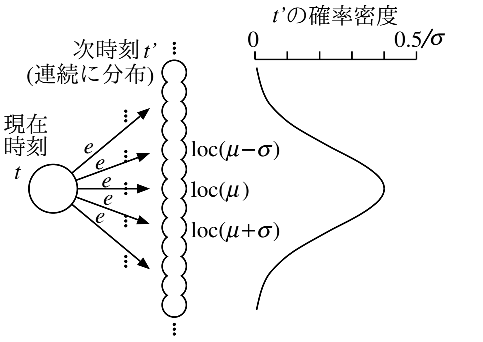

図 1: $\mathcal{C}$-$\mathfrak{TOMATOes}$ の確率分布遷移オペレータ

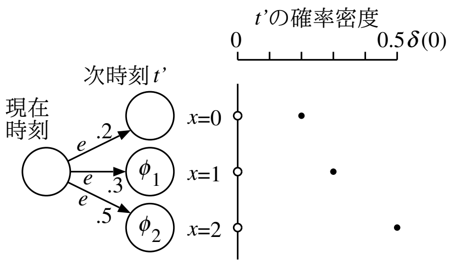

図 2: 離散的な確率分布遷移を表現

釈されるよう固定しておくものとする。すると、$\mathcal{C}$-$\mathfrak{TOMATOes}$ では $\mathsf{X}^{e}_{@\mathrm{norm}(x,\mu,\sigma^2)}\,\mathrm{loc}(x)$ と書くことで「イベント e で 1 時刻遷移した後では、$\mathrm{loc}(x)$ を満たす x の値は平均 μ で分散 σ^2 の正規分布をする」(図 1) が記述できる (より正確には、$\mathrm{loc}(x)$ を満たす x の値が 1 状態あたり 1 つしかないことを保証するためには、$\mathsf{X}^{e}_{@\mathrm{norm}(x,\mu,\sigma^2)}(\mathrm{loc}(x) \wedge \forall x'(\mathrm{loc}(x') \supset x' = x))$ と書く必要がある)。$\mathrm{loc}(x)$ が何らかの位置情報を表す論理式だとすれば、これによって、連続的な確率分布を行うような位置移動が表現できることになる。

状態遷移先が離散的な確率分布をするケースは、確率密度関数の記述に Dirac の Delta 関数 [Weisstein] を用いれば記述できる。以後、2 引数関数記号 deltasum の解釈を

$$\mathrm{deltasum}(x, [p_1, \cdots, p_n]) = \\ \textstyle\sum_{i=1}^{n} p_i \delta(x-i) + (1 - \sum_{i=1}^{n} p_i)\delta(x)$$

となるよう[*3]固定しておくと、(変数記号 x が $\phi_1, \cdots, \phi_n$ に自由に出現しないものとして)

$$\mathsf{X}^{e}_{@\mathrm{deltasum}(x,[p_1,\cdots,p_n])} \textstyle\bigwedge_{i=1}^{n}(x = i \supset \phi_i) \tag{1}$$

で「イベント e によって 1 時刻遷移すると、各 $1 \leqq i \leqq n$ に対し p_i 以上の確率で ϕ_i が成り立つ」が記述できる。以後、式 (1) を $\mathsf{X}^{e}(_{\geqq p_1} \phi_1 \mid \cdots \mid _{\geqq p_n} \phi_n)$ と略記する (図 2 に式 $\mathsf{X}^{e}(_{\geqq .3}\, \phi_1 \mid _{\geqq .5}\, \phi_2)$ の場合を示した)。また、$n = 1$ の場合はさらに $\mathsf{X}^{e}_{\geqq p_1}\, \phi_1$ と略記する 。

2.2 $\mathcal{C}$-$\mathfrak{TOMATOes}$ の構文

以下、x や y などは一階述語論理での通常の変数記号として用い、$\mathfrak{x}$ や $\mathfrak{y}$ などは論理式を表現する変数記号として用いる。後者は以降「論理式変数記号」と呼称し、主として不動点オペレータ使用時の変数記号として用いる (論理式変数記号に対する限量の構文はない)。

一階言語 $\mathcal{L}$、論理式変数記号の集合 $\mathcal{V}$、イベント定数記号の集合 $\mathcal{E}$、および、エージェント定数記号の集合 $\mathcal{A}$ を各 1 つずつ適当に選んで与えておく。ただし $\mathcal{L}$ には 2 引数の述語記号として等号 $=$ を含むものとし、また $\mathcal{E}, \mathcal{A}$ は有限集合、$\mathcal{V}$ は無限集合とする。以下が $\mathcal{C}$-$\mathfrak{TOMATOes}$ の構文の定義である。

- (一階述語論理の) 原始論理式は論理式
- ϕ, ψ が論理式ならば $\phi \vee \psi, \neg\phi$ も論理式
- ϕ が論理式、x が ($\mathcal{L}$ の) 変数記号ならば $\forall x \phi$ も論理式
- $e \in \mathcal{E}$ ならば $\mathsf{pos}(e)$ は論理式
- $e \in \mathcal{E}$、τ が 1 つ以上の自由変数を持つ $\mathcal{L}$ の項、ϕ が論理式ならば $\mathsf{X}^{e}_{@\tau}\, \phi$ も論理式。なおこの場合、τ の自由変数は、$\mathsf{X}^{e}_{@\tau}\, \phi$ の中では構文上束縛されているものと見なす
- ϕ が論理式、$a \in \mathcal{A}$ ならば $\mathsf{BEL}^{a}\, \phi$, $\mathsf{DESIRE}^{a}\, \phi$ および $\mathsf{INTEND}^{a}\, \phi$ も論理式
- $\mathfrak{x} \in \mathcal{V}$ ならば $\mathfrak{x}$ は論理式
- ϕ が論理式、$\mathfrak{x} \in \mathcal{V}$ で、$\mathfrak{x}$ が ϕ の中で $\neg$ の奇数段のネストの中に出現しないならば $\mu\mathfrak{x}.\phi$ は論理式

$\mathsf{pos}(e)$ は、直感的には「現時刻でイベント e が実行可能である」を表す。また、$\mathsf{BEL}^{a}\, \phi$, $\mathsf{DESIRE}^{a}\, \phi$, $\mathsf{INTEND}^{a}\, \phi$ は、各々「エージェント a が ϕ という信念 · 願望 · 意図を持つ」を表す。

この他、$\wedge$ や $\supset$ や $\Leftrightarrow$ や $\exists$ を一般的な略記として導入する。また、必要に応じて括弧で曖昧さを除去し、括弧がない場合の論理オペレータの結合順序は、単項オペレータ · $\wedge$ · $\vee$ · $\supset$ の順に先に結合するものとする (加えて、$\wedge$ · $\vee$ は左結合、$\supset$ は右結合とする)。

μ は最小不動点オペレータ [Kozen 83] であり、相互信念 (本論文では用いない) などの記述に利用できる他、特に、$\mathsf{AX}\, \phi$ を $\bigwedge_{e \in \mathcal{E}}(\mathsf{pos}(e) \supset \mathsf{X}^{e}_{\geqq 1}\, \phi)$ の略記とすると、これ (「可能なイベントによって遷移した次の時刻には必ず ϕ が成り立つ」を表し、いわゆる next time operator である) と μ の組み合わせによって、時相論理として CTL*[Emerson 89] より強い表現力を得ることができる [Manolios 00]。

2.3 意味論

意味論については、紙面の都合で直感的議論のみ行う。

2.3.1 BDI ストラクチャ

$\mathcal{C}$-$\mathfrak{TOMATOes}$ の意味論は、様相論理の意味論に一般的に用いられる Kripke 意味論による。ただし、1 つの世界は状態 (時相論理での点時刻に相当) をノードとする木構造からなっており、論理式の解釈 (真偽値) は各状態において定まる。状態の木の親から子への (i.e. 状態遷移の) エッジが 1 時刻の経過を表す一方、世界間に、各エージェント a の信念 · 願望 · 意図を表す serial な[*4]可視関係 $\mathcal{B}^{t}_{a}, \mathcal{D}^{t}_{a}, \mathcal{I}^{t}_{a}$ が (状態毎に) ある ($\mathcal{B}^{t}_{a}$ はさらに transitive · Euclidean でなければならない)。また、各状態での可能なイベントの集合 (非空) が定まっており、さらに各状態で可能な各イベント e 毎に、その状態からの時間経過 (状態遷移) が、図 1 と同様の確率分布を持っている。

このような構造を BDI ストラクチャと呼び、図 3 はその例である (概略図のため、$\mathcal{B}^{t}_{a}$ の serial 性などは反映していない)。状態の円内に書かれているイベントはその状態で可能なイベント、状態遷移のエッジに付いているイベントはそのイベントで

ここでは前後から明らかな場合いちいち「～の解釈」と断らない。

*3　ここでの [ ] は Prolog のリストにあたるものである。あるいは単に $n-$tuple の記号と思ってもよい。

*4　集合 S 上の 2 項関係 R が serial であるとは、任意の $s \in S$ に対し、$s\ R\ s'$ となる $s' \in S$ が存在することをいう。また、R が Euclidean であるとは、任意の $s, s', s'' \in S$ に対し、$s\ R\ s'$ かつ $s\ R\ s''$ ならば $s'\ R\ s''$ となることをいう。

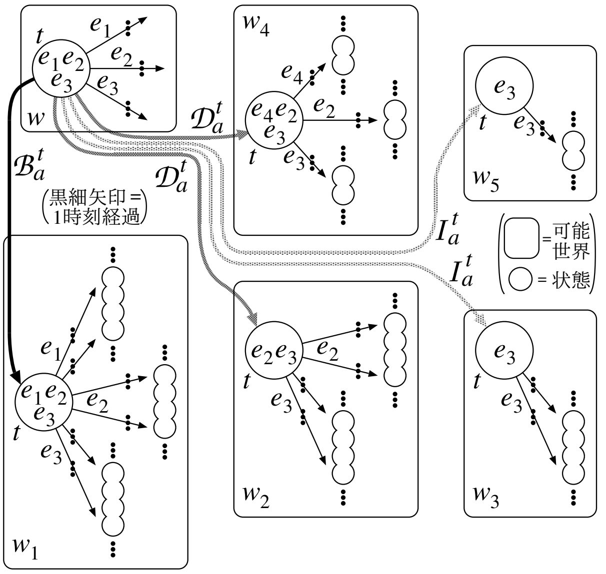

図 3: BDI ストラクチャの概略

の遷移であることを表す (その状態で可能なイベントでの遷移のみ図示した)。

2.3.2　論理式の解釈

一階述語論理式の解釈は通常通りに定める。論理式変数記号の解釈も各状態で独立に定めておく。pos(e) は、イベント e が可能な状態において真とする。また、世界 w の状態 t で BEL^a ϕ が真であるのは、w から (状態 t での) $\mathcal{B}_a^t$ で到達可能ないずれの世界でも t で ϕ が真である場合である (他の心的状態についても同様)。$\mathsf{X}^e_{@\tau}\,\phi$ の直感的な意味は 2.1 節に述べた。

また、論理式の解釈は、その論理式を真にする世界と状態の組の集合と見ることもできる。そこで、論理式変数記号 $\mathfrak{X}$ の自由な出現を持つ (かもしれない) 論理式 ϕ を、$\mathfrak{X}$ の解釈を受け取って ϕ の解釈を返す関数と捉えておき、その関数の最小不動点を $\mu\mathfrak{X}.\phi$ の解釈とする (構文の定義よりこの関数は単調関数となるので、最小不動点の存在は保証される)。

世界 w の状態 t での論理式 ϕ の解釈が真であることを、「ϕ が成り立つ」ともいう。任意の BDI ストラクチャの任意の世界の任意の状態で ϕ が成り立つ場合、ϕ は恒真であるという。

3. 演繹体系

本節で、$\mathcal{C}$-$\mathfrak{TOMATOes}$ のシーケント計算による演繹体系を導入する。なお本体系では、α 同値な論理式を同一視する。また、シーケントの「→」の左右は論理式の multi set とする (従って Exchange の規則がない)。

以降、Σ, Δ などギリシャ文字の大文字 (「$'$」付きの Σ' なども含む) は論理式 0 個以上の並びとする。ただし Θ のみ、論理式 0 個または 1 個を表すとする。また、論理式の並び Γ と単項論理オペレータ K に対し、$K\,\Gamma$ は Γ の各論理式に K を前置して得られる論理式の並びを表す。

3.1　推論規則

推論規則を図 4 に示す。ただし規則 ∀左, =, =左, =右 の t, t' は任意の項、∀右の y は結論に現れない変数記号とする。規則 evAll では、$\{e_1, \cdots, e_n\}$ は $\mathcal{E}$ と等しくなければならない。

3.1.1　$\mathsf{X}^e_{@\tau}$ オペレータに関する推論規則

以上の他、シーケント $\mathsf{X}^e_{@\tau_1}\,\phi_1, \cdots, \mathsf{X}^e_{@\tau_m}\,\phi_m \rightarrow \mathsf{X}^e_{@\tau'_1}\,\phi'_1, \cdots, \mathsf{X}^e_{@\tau'_n}\,\phi'_n$ (これを S とおく) については、次の規則を定める (ここを本論文では、規則の適用可否の判断を外部から与えるという意味で “神託” と呼んでいる)。ただし、$\tau_1, \cdots, \tau_m, \tau'_1, \cdots, \tau'_n$ のうち 2 つ以上に出現する変数記号はないものと (一般性を失わずに) 仮定する。また、$\tau_1, \cdots, \tau_m$ に出現する変数記号の集合を V^+、$\tau'_1, \cdots, \tau'_n$ に出現する変数記号の集合を V^- とし、$V^+ \cup V^- = V$ とする。

各 τ_i ($1 \leqq i \leqq m$) に出現する変数への制限が τ_i と一致するような、V^+ の変数のいかなる同時分布 D^+ (以下「左辺分布」と呼ぶ) に対しても、条件

> V^+ への制限が D^+ と一致し、かつ各 τ'_j ($1 \leqq j \leqq n$) に出現する変数への制限が式 τ'_j と一致するような、V の変数のある同時分布 D (以下「両辺分布」と呼ぶ) が存在し、D による確率密度が 0 でないような V の変数への任意の代入 θ に対して、$(\phi_1, \cdots, \phi_m \rightarrow \phi'_1, \cdots, \phi'_n)\theta$ が証明可能である

が成り立つ場合、S は証明可能とする。

3.1.2　証明可能性の定義

以下のいずれかが成り立つとき、シーケント S はシーケントの集合 L から導出可能であるという。

1. $S \in L$
2. 推論規則 $\dfrac{S_1, \cdots, S_n}{S}$ ($n \geqq 0$) が存在し、$S_1, \cdots, S_n$ が全て証明可能または L から導出可能

また、以下のいずれかが成り立つとき、シーケント S は証明可能であるという。ただしここで $\phi^n(\mathfrak{X})$ は以下のように定義される: $\phi^0(\mathfrak{X}) = \mathfrak{X}, \phi^n(\mathfrak{X}) = \phi[\mathfrak{X} := \phi^{n-1}(\mathfrak{X})]$.

a. S は $\emptyset$ から導出可能

b. $S = [\Sigma, \mu\mathfrak{X}.\phi \rightarrow \Delta]$ (ただし $\mathfrak{X}$ は Σ, Δ に自由に出現しない) であり、かつある正の整数 n が存在して、$[\Sigma, \phi^n(\mathfrak{X}) \rightarrow \Delta]$ が $\{[\Sigma, \mathfrak{X} \rightarrow \Delta]\}$ から導出可能

シーケント $[\rightarrow \phi]$ が証明可能であるとき、論理式 ϕ は証明可能であるという。

$\mathcal{C}$-$\mathfrak{TOMATOes}$ の健全性は比較的容易に示せると予想される。完全性を示すことは課題の 1 つである。

3.2　証明の例

例えば、シーケント $\mathsf{X}^e_{\geqq .4}\,\phi, \mathsf{X}^e_{\geqq .7}\,\psi \rightarrow \mathsf{X}^e_{\geqq .1}(\phi \wedge \psi)$ (以下 S_1 とおく) は証明可能である。S_1 は「イベント e の実行後、確率 0.4 以上で ϕ、0.7 以上で ψ が成り立つならば、確率 0.1 以上で $\phi \wedge \psi$ が成り立つ」を表す。S_1 の正式な形は、2.1 節より

$$\mathsf{X}^e_{@\mathrm{deltasum}(x,[.4])}(x = 1 \supset \phi), \mathsf{X}^e_{@\mathrm{deltasum}(y,[.7])}(y = 1 \supset \psi) \rightarrow \mathsf{X}^e_{@\mathrm{deltasum}(z,[.1])}(z = 1 \supset \phi \wedge \psi)$$

であり、3.1.1 節の定義におけるいかなる左辺分布に対しても、ある両辺分布をとって「$z = 1$ の場合は常に $x = y = 1$」となるようにできる。このとき、この両辺分布で確率密度が 0 とならないような x, y, z への代入は、z が 0 になるものと $\{x/1, y/1, z/1\}$ のみである。これらのいずれを θ としても、$S'_1 = (x = 1 \supset \phi, y = 1 \supset \psi \rightarrow z = 1 \supset \phi \wedge \psi)$ としたとき $S'_1\theta$ は証明可能となる。よって S_1 は証明可能である。この場合、S_1 の証明を $S'_1\theta$ の証明に帰着できるかどうかを、$0.4 + 0.7 - 1 \geqq 0.1$ という計算によって外部から判断したことになる。

別な例として、座標平面上の位置 $(0, 0)$ にいるエージェントが、行為 e を実行 (これをイベントと捉える) すると、(1,

$$\frac{}{\phi \to \phi}\ \text{Initial} \quad \frac{\Sigma \to \Delta}{\Sigma, \Sigma' \to \Delta, \Delta'}\ \text{Weak} \quad \frac{\Sigma, \phi, \phi \to \Delta}{\Sigma, \phi \to \Delta}\ \text{重ね左} \quad \frac{\Sigma \to \Delta, \phi, \phi}{\Sigma \to \Delta, \phi}\ \text{重ね右} \quad \frac{}{\to \mathsf{pos}(e_1), \cdots, \mathsf{pos}(e_n)}\ \mathsf{ev}\text{All} \quad \frac{}{\to t = t}\ =$$

$$\frac{\Sigma, \phi[x := t], t = t' \to \Delta}{\Sigma, \phi[x := t'] \to \Delta}\ {=}\text{左} \quad \frac{\Sigma, t = t' \to \Delta, \phi[x := t]}{\Sigma \to \Delta, \phi[x := t']}\ {=}\text{右} \quad \frac{\Gamma, \phi[\mathfrak{X} := \mu\mathfrak{X}.\phi] \to \Delta}{\Gamma, \mu\mathfrak{X}.\phi \to \Delta}\ \mu\text{左} \quad \frac{\Gamma \to \Delta, \phi[\mathfrak{X} := \mu\mathfrak{X}.\phi]}{\Gamma \to \Delta, \mu\mathfrak{X}.\phi}\ \mu\text{右}$$

$$\frac{\Sigma \to \Delta, \phi}{\Sigma, \neg\phi \to \Delta}\ \neg\text{左} \quad \frac{\Sigma, \phi \to \Delta}{\Sigma \to \Delta, \neg\phi}\ \neg\text{右} \quad \frac{\Sigma, \phi \to \Delta \quad \Sigma, \psi \to \Delta}{\Sigma, \phi \vee \psi \to \Delta}\ \vee\text{左} \quad \frac{\Sigma \to \Delta, \phi, \psi}{\Sigma \to \Delta, \phi \vee \psi}\ \vee\text{右} \quad \frac{\Sigma, \phi[x := t] \to \Delta}{\Sigma, \forall x\phi \to \Delta}\ \forall\text{左} \quad \frac{\Sigma \to \Delta, \phi[x := y]}{\Sigma \to \Delta, \forall x\phi}\ \forall\text{右}$$

$$\frac{\mathsf{BEL}^a\,\Gamma, \Gamma \to \mathsf{BEL}^a\,\Delta, \Theta, \mathsf{BEL}^a\,\Theta}{\mathsf{BEL}^a\,\Gamma \to \mathsf{BEL}^a\,\Delta, \mathsf{BEL}^a\,\Theta}\ \mathsf{BEL}\text{-KD45} \quad \frac{\Gamma \to \Theta}{\mathsf{DESIRE}^a\,\Gamma \to \mathsf{DESIRE}^a\,\Theta}\ \mathsf{DESIRE}\text{-KD} \quad \frac{\Gamma \to \Theta}{\mathsf{INTEND}^a\,\Gamma \to \mathsf{INTEND}^a\,\Theta}\ \mathsf{INTEND}\text{-KD}$$

図 4: $\mathcal{C}$-$\mathfrak{TOMATOes}$ の推論規則

1) に動こうとするが、実際に到達する位置の分布は、平均 $(1, 1)$、共分散行列 $0.1I$ (ただし I は 2 次元単位行列) の 2 次元正規分布に従うとする。この分布の確率密度関数は $\frac{1}{2\pi \cdot 0.1} \exp\left(-\frac{1}{2 \cdot 0.1}((x-1)^2 + (y-1)^2)\right)$ なので、項 $\mathrm{norm2d}(x, y)$ がこの式に解釈されるよう固定しておけば、「次の時刻に点 (1, 1) から距離 0.4 以内に確率 0.5 以上[*5]で着く」は論理式

$$\mathsf{X}^{e}_{@\mathrm{norm2d}(x,y)}\ \mathrm{loc}(x, y) \supset \mathsf{X}^{e}_{\geqq .5}\ \phi \tag{2}$$
$$\text{ただし } \phi = \forall x \forall y(\mathrm{loc}(x, y) \supset (x-1)^2 + (y-1)^2 \leqq 0.4^2)$$

で記述できる (エージェントの位置を 2 引数述語記号 loc で表現している。また、ここ以降、論理式に $+, -, \leqq, <$ など通常の数学で用いられる記号が述語記号や関数記号として現れる場合、解釈も通常の数学でのそれらに固定しておくものとする)。

この式を証明するには、シーケント $\mathsf{X}^{e}_{@\mathrm{norm2d}(x,y)}\ \mathrm{loc}(x, y) \to \mathsf{X}^{e}_{@\mathrm{deltasum}(z,[.5])}(z = 1 \supset \phi)$ を証明することになる。左辺分布は上記の正規分布となり、両辺分布として「$z = 1$ ならば $(x-1)^2 + (y-1)^2 \leqq 0.4^2$」を満たすようなものを取れる。この分布で確率密度が 0 にならないいかなる x, y, z への代入 θ についても、$(\mathrm{loc}(x, y) \to z = 1 \supset \phi)\theta$ は証明可能であり、従って式 (2) は証明可能である。以上が連続的分布を扱った例である。

この場合、証明の本質的な部分は正規分布の確率計算に負っているので、意味論的議論で (2) を示すのと大差なく見えるかも知れない。しかし例えば、(2) と似ているが $\mathsf{X}^{e}_{@\mathrm{norm2d}(x,y)}\ \mathsf{BEL}^a\ \mathrm{loc}(x, y) \supset \mathsf{X}^{e}_{\geqq .5}\ \mathsf{BEL}^a\ \phi$ のように、他の様相オペレータなどの混じった式を証明しようとした場合、$\mathsf{X}^{e}_{@\tau}$ オペレータを外した後のシーケントの証明においては、演繹系を使うことができ、意味論に頼らずに済む。演繹系が使えるならば、その部分については、自動証明とまではいかなくとも、証明の機械的なチェックなどもできる利点があり、従って、より複雑な性質の証明に応用できる可能性がある。よって、部分的にでも演繹系を構築することには意義があると考えられる。

4. 考察とまとめ

確率概念を持つ推論システムは、確率論理プログラミング (PLP) として知られ、PRISM[Sato 97] をはじめ近年も [Islam 12] など多くの研究があるが、本研究は、連続分布をする状態遷移を持つシステムそのものの形式化を主眼とする点や、そのための様相オペレータなどを持つ点で、それらと目的や能力が異なり、確率的なルール記述や解探索も扱っていない。ただし、実行も可能なモデル化言語という発展を目指すには、PLP の利点を持ち込む必要もあるかも知れない。

本論文では、実世界エージェントの性質の記述向けに、状態遷移の確率密度を記述できるよう BDI logic を拡張した $\mathcal{C}$-$\mathfrak{TOMATOes}$ に対し、部分的な演繹系の構築の試みを行った。今後は、健全性·完全性に関する議論の他、基本行為の学習などのモデル化への実際の応用などが残された課題である。そのためには特に、部分的に数学的な議論を必要とする箇所について、できるだけ複雑さを増さずに現実的な議論を行う方法を提供することも考慮する必要があろう。

*5 実際の確率は $1 - e^{-0.8} \fallingdotseq 0.551$ である。

参考文献

[Emerson 89] Emerson, E. A. and Srinivasan, J.: Branching Time Temporal Logic, in Bakker, de J., Roever, de W., and Rozenberg, G. eds., *Linear Time, Branching Time and Partial Order in Logics and Models for Concurrency*, pp. 123–172, Springer-Verlag (1989)

[Islam 12] Islam, M. A., Ramakrishnan, C. R., and Ramakrishnan, I. V.: Inference in Probabilistic Logic Programs with Continuous Random Variables, *Theory and Proactice of Logic Programming*, Vol. 12, pp. 505–523 (2012)

[Kozen 83] Kozen, D.: Results on the propositional μ-calculus, *Theoretical Computer Science*, Vol. 27, pp. 333–354 (1983)

[Manolios 00] Manolios, P.: Mu-Calculus Model-Checking, in *Computer-Aided reasoning: ACL2 case studies*, pp. 93–111, Kluwer Academic Publishers (2000)

[Rao 97] Rao, A. S. and Georgeff, M. P.: Modeling Rational Agents within a BDI-Architecture, in Huhns, M. N. and Singh, M. P. eds., *Reading in Agents*, pp. 317–328, Morgan Kaufmann, San Francisco (1997)

[Sato 97] Sato, T. and Kameya, Y.: PRISM: A symbolic-statistical modeling language, *Proc. of IJCAI97*, pp. 1330–1335 (1997)

[Toda 82] Toda, M.: *Man, robot, and society: models and speculations*, M. Nijhoff Pub. (1982)

[Weisstein] Weisstein, E. W.: Delta Function, `http://mathworld.wolfram.com/DeltaFunction.html`: A Wolfram Web Resource

[高田 13] 高田 司郎, 新出 尚之, 濱砂 幸裕, 波部 斉, 藤田 恵 : アトラクター状態を用いた実世界における基本行為の学習について, 情報処理学会研究報告 2013-MPS-92 (2013)

[新出 12] 新出 尚之, 高田 司郎, 藤田 恵 : 連続した状態空間での合理的エージェントの行為を扱う論理モデルの試み, in *Proc. of JAWS2012* (2012), `85.pdf`

[藤田 12] 藤田 恵, 片山 寛子, 新出 尚之, 高田 司郎 : 実世界の多様性に適応した BDI ロボットについて, 情報処理学会論文誌 数理モデル化と応用, Vol. 5, No. 1, pp. 50–64 (2012)