

マルコフモデルを仮定した 位置情報開示のためのアドバーザリアルプライバシー

Adversarial Privacy for Continual Location Data Publishing on Markov Assumption

川本 淳平*1 福地 一斗*2 佐久間 淳*2
Junpei Kawamoto Kazuto Fukuchi Jun Sakuma

*1筑波大学システム情報系

Faculty of Engineering, Information and Systems, University of Tsukuba

*2筑波大学大学院システム情報工学研究科コンピュータサイエンス専攻

Dept. of Computer Science, Graduate school of SIE, University of Tsukuba

We introduce an adversarial privacy for continual location data publishing. Our proposal privacy definition assumes publishing histograms and people are moving on a Markov model in order to treat correlations of peoples' locations. We also introduce a mechanism achieving the proposal privacy and show the published data of it are more useful than ones satisfied with another privacy.

1. はじめに

近年、スマートフォンやカーナビゲーションシステムの普及により、それらモバイル端末に搭載されている GPS から大人数の位置情報をリアルタイムに収集することが可能になった。この大規模な位置情報群は、事故や渋滞の早期発見や自然災害発生時における人の流れなど様々な解析に利用が期待されている。一方で、通信事業者やナビゲーションサービス提供者が顧客の端末から得た位置情報を解析のために外部へ公開する場合、プライバシー問題を解決する必要がある。

位置情報ある時間分まとめ、移動履歴のシーケンスとして公開する場合のプライバシー問題は議論されている [Fung 09, Chen 12]。一方、公開情報をオンライン解析に利用する場合、ある期間分の集約結果ではなく、短い時間間隔で継続的に公開することが望ましい場合が多い。しかし、人々の行動には時間と共に細分化されるというスパース性があり、移動履歴のシーケンスを継続的に公開することは難しい。また、既存研究 [Xiao 07] の利用も難しい。

そこで本研究では、移動履歴のシーケンスを公開する代わりに、あらかじめ定められた地点 (POI; point of interest) に滞在している人数をヒストグラム形式で公開するモデルを考える。ヒストグラムを用いることで、シーケンスと比べて情報量は減るものの、継続的に公開することが可能となる。

プライバシーを考慮したヒストグラムの公開に関しては、差分プライバシー [Dwork 06] を満たす方法が提案されている [Xu 12]。差分プライバシーは、あらゆる攻撃に対する安全性を保障するため、ヒストグラムの分布を考えずに一律にノイズを付加する。また、公開期間の長さに応じてノイズが大きくなる。

本研究では、ノイズを削減するために差分プライバシーが保障するあらゆる攻撃に対する安全性を緩和する。そして、人々の行動にマルコフ過程を仮定し、そのマルコフ過程を用いた攻撃を防ぐアドバーザリアルプライバシー [Rastogi 09] を提案する。

本稿では、図 1 に示すように N 人分の位置情報を収集する情報収集者が、プライバシー保護処理を施したうえで集約結果を継続的に公開するシナリオを考える。公開する集約結果は、駅名や交差点名など予め与えられた POI $\{l_1, l_2, \dots, l_L\}$ に滞

連絡先: 川本淳平, 筑波大学システム情報系, 茨城県つくば市天
王台 1-1-1, 029-853-3826, junpei@mdl.cs.tsukuba.ac.jp

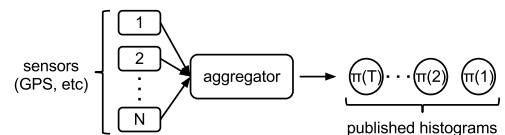


図 1: 移動情報を集約及び公開する収集者。

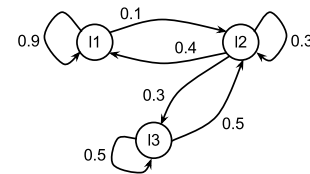


図 2: マルコフ過程の例。

在している人数の分布、すなわちヒストグラム形式を考え、それらを 5 分間隔, 10 分間隔といった定められた時間間隔ごとに公開する。時刻 t において出力されるヒストグラムを $\pi(t)$ と書くことにする。また、人々の一般的な行動は一次マルコフ過程に従うと仮定する。図 2 は 3 つの POI からなるマルコフ過程の例を示している。このマルコフ過程によって、例えば、ある駅では乗換は稀である、ある交差点では多くの人が右に曲がりやすいなどといった地理的な特徴を考慮することができる。なお、このマルコフ過程は攻撃者も知りうる公開情報であるとする。そのうえで、このマルコフ過程を用いて、攻撃対象となる人物がある時刻 t にどの POI に滞在しているのかを推測する攻撃を考える。提案のプライバシーは、出力されたヒストグラムを観測した攻撃者による推測の確信度と、マルコフ過程のみを用いて推測した場合の推測の確信度の比がある値で抑えられることを用いた、ヒストグラムの継続的公開のためのアドバーザリアルプライバシーである。

2. プライバシ定義

始めに、攻撃対象となる人物が時刻 t に POI l_i に滞在しているという背景知識を基に、その対象の時刻 $t+1$ における滞在 POI を推測する攻撃者を考える。時刻 $t+1$ に

POI l_j に滞在していると推測する場合、攻撃者の確信度は $p(X_{t+1} = l_j | X_t = l_i)$ と書ける。攻撃者は、仮定の通りマルコフ過程における遷移確率行列 \mathbf{P} と時刻 t までに出力されたヒストグラム $\boldsymbol{\pi}(1), \boldsymbol{\pi}(2), \dots, \boldsymbol{\pi}(t)$ を用いて推測することができる。なお、一次マルコフ性を仮定しているため、時刻 $t+1$ の推測に影響するのは $\boldsymbol{\pi}(t)$ のみである。よって、過去に出力されたヒストグラムを用いた確信度は、

$$p(X_{t+1} = l_j | X_t = l_i, \boldsymbol{\pi}(t); \mathbf{P}) \quad (1)$$

となる。位置情報の収集者は、時刻 $t+1$ における人々の滞在状況を収集、集計しヒストグラムとして公開する。このヒストグラム $\boldsymbol{\pi}(t+1)$ を攻撃者が観測すると、確信度は、

$$p(X_{t+1} = l_j | X_t = l_i, \boldsymbol{\pi}(t), \boldsymbol{\pi}(t+1); \mathbf{P}) \quad (2)$$

となる。この二つの確信度 (1), (2) を用いて、出力ヒストグラム $\boldsymbol{\pi}(t+1)$ が攻撃者に与える贈与を次のように定義する。

定義 1 攻撃対象が POI l_i から l_j に移動したと推測する場合に、出力ヒストグラム $\boldsymbol{\pi}(t+1)$ が攻撃者に与える贈与は、

$$\begin{aligned} & \text{Gain}(\boldsymbol{\pi}(t+1), X_{t+1} = l_j, X_t = l_i; \boldsymbol{\pi}(t), \mathbf{P}) \\ &= \frac{p(X_{t+1} = l_j | X_t = l_i, \boldsymbol{\pi}(t), \boldsymbol{\pi}(t+1); \mathbf{P})}{p(X_{t+1} = l_j | X_t = l_i, \boldsymbol{\pi}(t); \mathbf{P})} \quad (3) \end{aligned}$$

出力ヒストグラムの安全性を議論するためには、攻撃対象を限定しない攻撃者を考える必要がある。すなわち、任意の POI 間の移動に対する $\boldsymbol{\pi}(t+1)$ が与える贈与を考える必要がある。そこで、贈与の最大値を考える。

定義 2 出力ヒストグラム $\boldsymbol{\pi}(t+1)$ が攻撃者に与える贈与は、

$$\begin{aligned} & \text{Gain}(\boldsymbol{\pi}(t+1); \boldsymbol{\pi}(t), \mathbf{P}) \\ &= \max_{X_{t+1}=l_j, X_t=l_i} \text{Gain}(\boldsymbol{\pi}(t+1), X_{t+1} = l_j, X_t = l_i; \boldsymbol{\pi}(t), \mathbf{P}) \end{aligned}$$

この贈与を用いて、出力ヒストグラムのアドバーザリアルプライバシーを定義する。

定義 3 出力ヒストグラム $\boldsymbol{\pi}(t+1)$ の贈与が、下記の条件を満たすとき $\boldsymbol{\pi}(t+1)$ は ϵ -アドバーザリアルプライベートであると言う。

$$\text{Gain}(\boldsymbol{\pi}(t+1); \boldsymbol{\pi}(t), \mathbf{P}) < \epsilon^e$$

3. ヒストグラムが与える贈与の評価

式 (3) にて定義した、ヒストグラム $\boldsymbol{\pi}(t+1)$ による贈与の評価方法について議論する。まず、式 (3) の分母、分子にベイズの定理を適用すると、贈与は、

$$\begin{aligned} & \text{Gain}(\boldsymbol{\pi}(t+1), X_{t+1} = l_j, X_t = l_i; \boldsymbol{\pi}(t), \mathbf{P}) \\ &= \frac{p(\boldsymbol{\pi}(t), \boldsymbol{\pi}(t+1) | X_{t+1} = l_j, X_t = l_i; \mathbf{P}) p(\boldsymbol{\pi}(t); \mathbf{P})}{p(\boldsymbol{\pi}(t), \boldsymbol{\pi}(t+1); \mathbf{P}) p(\boldsymbol{\pi}(t) | X_{t+1} = l_j, X_t = l_i; \mathbf{P})} \quad (4) \end{aligned}$$

と分解することができる。以降では、この式 (4) の右辺に現れる各確率の評価方法について議論する。

式 (4) における $p(\boldsymbol{\pi}(t), \boldsymbol{\pi}(t+1); \mathbf{P})$ は、ヒストグラム $\boldsymbol{\pi}(t)$, $\boldsymbol{\pi}(t+1)$ の尤度を表している。すなわち、時刻 t に $\boldsymbol{\pi}(t)$ の分布で各 POI に滞在していた人々が時刻 $t+1$ に $\boldsymbol{\pi}(t+1)$ の分布で各 POI に移動する事象の尤もらしさを表す。これを評価

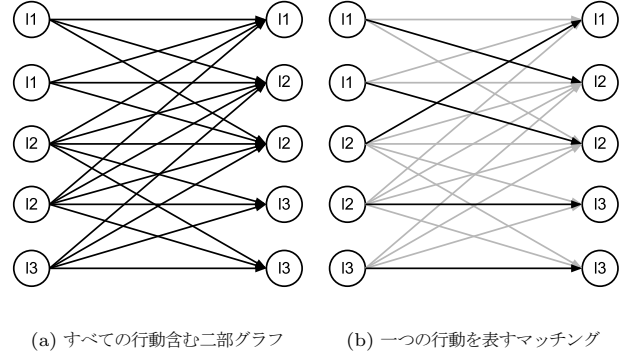


図 3: ヒストグラム $\boldsymbol{\pi}(t), \boldsymbol{\pi}(t+1)$ を表す二部グラフ。

するために、まず一人の行動について考える。この人が時刻 t から $t+1$ の間に POI l_s から l_e に移動したとする。この行動を $a = (l_s \rightarrow l_e)$ と書く。同様に、観測している N 人それぞれについて行動を考えることができる。ヒストグラム $\boldsymbol{\pi}(t)$, $\boldsymbol{\pi}(t+1)$ に矛盾しない N 人の行動 $\{a_1, a_2, \dots, a_N\}$ は複数考えられる。その全体を $\mathcal{A}(\boldsymbol{\pi}(t), \boldsymbol{\pi}(t+1))$ と書く。 N 人のある行動 $A \in \mathcal{A}(\boldsymbol{\pi}(t), \boldsymbol{\pi}(t+1))$ の尤度 $L(A; \mathbf{P})$ は、マルコフ過程における遷移確率行列 \mathbf{P} の (i, j) -成分を $P_{i,j}$ と書くと、

$$L(A; \mathbf{P}) = \prod_{(l_s \rightarrow l_e) \in A} P_{s,e} \quad (5)$$

である。このようにして計算される尤度の最大値を、次式のよりにヒストグラム $\boldsymbol{\pi}(t), \boldsymbol{\pi}(t+1)$ の尤度として用いる。

$$p(\boldsymbol{\pi}(t), \boldsymbol{\pi}(t+1); \mathbf{P}) = \max_{A \in \mathcal{A}(\boldsymbol{\pi}(t), \boldsymbol{\pi}(t+1))} L(A; \mathbf{P}) \quad (6)$$

3.1 最大マッチング問題を用いた尤度最大値の計算

出力ヒストグラム $\boldsymbol{\pi}(t), \boldsymbol{\pi}(t+1)$ に矛盾しない N 人分の行動のすべては、二部グラフを用いて表現することができる。まず、ヒストグラム $\boldsymbol{\pi}(t)$ を基に、各 POI に対応する頂点をその POI における滞在人数分追加することで頂点集合 V_t を作成する。たとえば、 $\boldsymbol{\pi}(t) = (2, 2, 1)^t$ の場合、 $V_t = \{l_1, l_1, l_2, l_2, l_3\}$ となる。同様に、ヒストグラム $\boldsymbol{\pi}(t+1)$ を基に、頂点集合 V_{t+1} を作成する。 $\boldsymbol{\pi}(t+1) = (1, 2, 2)^t$ の場合、 $V_{t+1} = \{l_1, l_2, l_2, l_3, l_3\}$ である。次に、二つの頂点集合に含まれる頂点ペア $\forall l_s \in V_t$ と $\forall l_e \in V_{t+1}$ に対し、 $l_s \rightarrow l_e$ と遷移する確率が 0 でないとき枝を張る。得られた枝の集合を E とすると、グラフ $G = (V_t, V_{t+1}, E)$ は図 3(a) に示すような二部グラフとなる。この二部グラフにおける一つの完全マッチングが一つの行動 $A \in \mathcal{A}(\boldsymbol{\pi}(t), \boldsymbol{\pi}(t+1))$ を表す。例えば、図 3(b) に示す完全マッチングは、二人が l_1 から l_2 に移動し、残りの 3 人がそれぞれ、 l_2 から l_1 , l_2 から l_3 , l_3 から l_3 へ移動した行動を表す。

求むべきは、式 (5) の尤度を最大とする行動 $A_{\max} \in \mathcal{A}(\boldsymbol{\pi}(t), \boldsymbol{\pi}(t+1))$ である。この問題は、二部グラフ G の各枝に遷移確率を基にした重みを付けた、重み付き二部グラフにおける最大マッチング問題として解くことができる。重み付き二部グラフにおける最大マッチング問題は、各枝に振られた重みの総和が最大となるマッチングを求める問題である。式 (5) に示すように、我々が求むべきは各枝に対応する遷移確率の積を最大とするマッチングである。そこで、二部グラフ G の各枝 $(l_s, l_e) \in E$ の重みとして、遷移確率の対数を用

Algorithm 1 asymptotic method**Require:** The previous relaxed histogram $\pi^*(t)$.**Require:** A markov transition matrix \mathbf{P} .**Require:** A step parameter $s \in (0, 1)$.

```

 $\pi^*(t+1) \leftarrow \pi(t+1)$ 
 $\alpha \leftarrow 0$ 
while Gain( $\pi^*(t+1); \pi^*(t), \mathbf{P}$ )  $\geq e^\epsilon$  do
   $\alpha \leftarrow \max(\alpha + s, 1)$ 
   $\pi \leftarrow (1 - \alpha)\pi(t+1) + \alpha\tilde{\pi}(t+1)$ 
   $\pi^*(t+1) \leftarrow N\pi / \|\pi\|$ 
end while
return  $\pi^*(t+1)$ 

```

いる。すなわち、 $w(\ell_s, \ell_e) = \log(P_{s,e})$ と定める重み関数 w を用いて、重み付き二部グラフ $G_w = (V_s, V_e, E, w)$ における最大マッチングを求める。得られたマッチングが表す行動 $A_{\max} \in \mathcal{A}(\pi(t), \pi(t+1))$ は尤度の最大値を導く行動であり、式 (6) は、 $p(\pi(t), \pi(t+1); \mathbf{P}) = L(A_{\max}; \mathbf{P})$ となる。

3.2 その他のヒストグラム尤度評価

式 (4) における残りの確率の評価する。どの確率も与えられた条件を満たすようヒストグラムを変換し、3.1 節で示した重み付き二部グラフの最大マッチング問題へと帰着する。

$p(\pi(t); \mathbf{P})$ は、ヒストグラム $\pi(t)$ とマルコフ過程のみから推測される時刻 $t+1$ のヒストグラム $\tilde{\pi}(t+1) = (\pi(t)^t \mathbf{P})^t$ を用いて、式 (6) と同様にして次のように評価できる。

$$p(\pi(t); \mathbf{P}) = \max_{A \in \mathcal{A}(\pi(t), \tilde{\pi}(t+1))} L(A; \mathbf{P})$$

$p(\pi(t), \pi(t+1) | X_{t+1} = \ell_j, X_t = \ell_i; \mathbf{P})$ は、攻撃対象である一人の人物の行動が予め分かっている場合のヒストグラム $\pi(t), \pi(t+1)$ の尤度である。従って、攻撃対象以外の $N-1$ 人について考えればよい。 \mathbf{e}_i を i 番目の要素のみが 1 である単位ベクトルとすると、 $\pi'(t) = \pi(t) - \mathbf{e}_i$ 、 $\pi'(t+1) = \pi(t+1) - \mathbf{e}_j$ は、攻撃対象以外の人々についての時刻 t 及び $t+1$ のヒストグラムとなる。これを用いて、

$$\begin{aligned} p(\pi(t), \pi(t+1) | X_{t+1} = \ell_j, X_t = \ell_i; \mathbf{P}) \\ = \max_{A \in \mathcal{A}(\pi'(t), \pi'(t+1))} L(A; \mathbf{P}) \end{aligned}$$

と求めることができる。

$p(\pi(t) | X_{t+1} = \ell_j, X_t = \ell_i; \mathbf{P})$ は、攻撃対象一人の行動が分かっている場合のヒストグラム $\pi(t)$ の尤度である。よって、 $\tilde{\pi}'(t+1) = \tilde{\pi}(t+1) - \mathbf{e}_j$ とすると次のように計算できる。

$$p(\pi(t) | X_{t+1} = \ell_j, X_t = \ell_i; \mathbf{P}) = \max_{A \in \mathcal{A}(\pi'(t), \tilde{\pi}'(t+1))} L(A; \mathbf{P})$$

これらの尤度の最大値は、式 (6) における行動集合 $\mathcal{A}(\pi(t), \pi(t+1))$ がそれぞれ置き換わったものである。したがって、3.1 節の議論はそのまま成り立ち、重み付き二部グラフの最大マッチング問題として計算することができる。以上より、時刻 $t+1$ においてデータ公開者がヒストグラム $\pi(t+1)$ を公開する前に、その贈与を計算することができる。

3.3 プライバシ定義を満足するヒストグラムの導出

定義 3 を満足するヒストグラム $\pi^*(t+1)$ の導出には、アルゴリズム 1 に示す漸近手法 (asymptotic method) を用いる。このアルゴリズムは、プライバシー保護を行っていない元々のヒストグラム $\pi(t+1)$ と、一つ前の時刻に出力したヒストグラ

ム $\pi^*(t)$ 、遷移確率行列 \mathbf{P} 、そしてステップパラメータ s を入力としてとる。ヒストグラム $\pi(t+1)$ が ϵ -アドバーザリアルプライベートでない場合、 $\pi(t+1)$ とマルコフ過程から推測されるヒストグラム $\tilde{\pi}(t+1) = (\pi(t)^t \mathbf{P})^t$ との内分点を出力候補のヒストグラムとする。出力候補が ϵ -アドバーザリアルプライベートでなければ内分点を $\pi(t+1)$ から $\tilde{\pi}(t+1)$ に近づけていき、要件 Gain($\pi^*(t+1); \pi^*(t), \mathbf{P}$) $< e^\epsilon$ を満足した点を出力する。なお、マルコフ過程から推測されるヒストグラム $\tilde{\pi}(t+1)$ は ϵ -アドバーザリアルプライベートであるため、アルゴリズム 1 は必ず停止する。

この手法は、 ϵ -アドバーザリアルプライベートを満足する最適なヒストグラムを選択することはできないが、短い時間で近似解を求めることができる。ステップパラメータ s を小さくすることで、より本来のヒストグラム $\pi(t+1)$ に近い出力を得ることができるが、計算時間のトレードオフがある。

4. 評価実験

提案手法の有効性を検証するために、出力されたヒストグラムに対して変化点検出を行った場合の精度に関する評価実験を行った。実験に用いたデータセットは、人の流れプロジェクト^{*1}にて公開されている東京都市圏 (1998 年) データのうち、渋谷駅周辺 14 駅^{*2}及び町田駅周辺 14 駅^{*3}において鉄道移動中の人々の滞在人数を 1 分ごとに集計し用いた。データは 24 時間分となるため、出力ヒストグラムの時刻 t の範囲は、0 時 0 分を表す 0 から 23 時 59 分を表す 1400 となる。

その上で、通勤ラッシュの開始や、事故、災害による人々の行動パタンの変化を検出するというシナリオを想定し、出力ヒストグラムに対して変化点検出を行った。変化点検出には、ChangeAnomalyDetection^{*4} ライブラリを使用した。このライブラリは、各時間における変化点スコアを出力する。スコアが大きいほど、変化点である可能性が高いことを表している。実験では、プライバシー保護処理を行わない元々のデータ (plain)、比較手法として差分プライバシー (DP) を施したデータ、そして提案のアドバーザリアルプライバシー (proposal) を施したデータの三つに対し、変化点を検出した。なお、差分プライバシーとアドバーザリアルプライバシーでは $\epsilon = 1$ 、漸近手法のステップパラメータは $s = 0.5$ とした。

図 4 及び 5 はそれぞれ渋谷駅及び古淵駅における滞在人数の変化、変化点検出スコア、そして変化点検出スコアの誤差を記したものである。訪問者数の比較的多い駅の代表として渋谷駅を、比較的小さい駅の代表として古淵駅を選んだ。差分プライバシーでは、実際の滞在人数に関わらず一律のノイズを付加する。そのため、滞在人数が比較的多い地点での影響は少なく、逆に滞在人数の少ない地点ではノイズの影響が無視できない可能性が高い。実際に、図 4(a) 及び図 5(a) はそのことを示唆している。提案のアドバーザリアルプライバシーでは、各地点における実際の滞在人数やマルコフ過程における遷移傾向も考慮している。そのため、出力される滞在人数は両駅共に、プライバシー保護を施さない元々のデータに近い傾向がある。その結果、導出した変化点検出スコア、及びその誤差についても差分プライバシーを用いた場合に比べ、提案のアドバーザリアルプ

*1 <http://pflow.csis.u-tokyo.ac.jp/>

*2 渋谷, 下北沢, 恵比寿, 原宿, 三軒茶屋, 新宿, 新宿三丁目, 目黒, 代官山, 大崎, 池尻大橋, 中目黒, 表参道, 明治神宮前。

*3 町田, 成瀬, 古淵, 玉川学園前, 相模大野, 長津田, 淵野辺, 矢部, 十日市場, 田奈, つくし野, 恩田, 小田急相模原, 東林間。

*4 <http://cran.r-project.org/web/packages/ChangeAnomalyDetection>

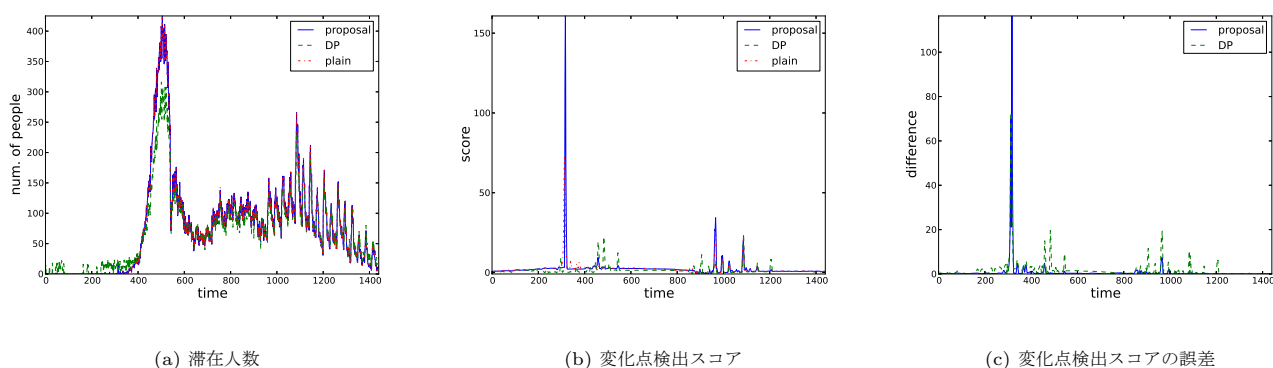


図 4: 渋谷駅における滞留人数, 変化点検出スコア, 検出誤差の比較.

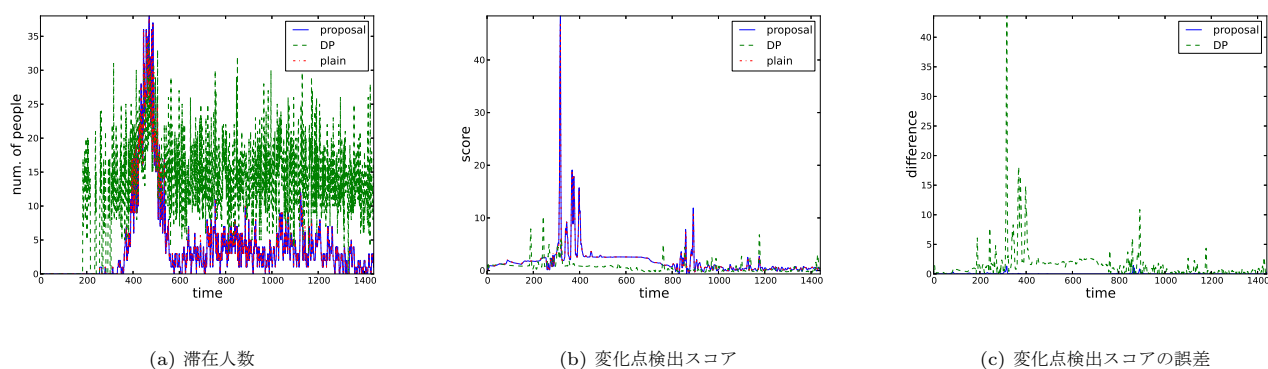


図 5: 古淵駅における滞留人数, 変化点検出スコア, 検出誤差の比較.

イバシでは本来の値に近いスコアが導出されている。

5. おわりに

本稿では, 位置情報を継続的に出力するためのプライバシー定義として, 滞留人数ヒストグラム公開のための ϵ -アドバーザリアルプライバシーを提案した. そして, 重み付き二部グラフの最大マッチング問題を用いた, あるヒストグラムがプライバシー要件を満たすか否かを判定する方法及び, 漸的にプライバシー要件を満たすヒストグラムを求めるアルゴリズムを提案した.

人の流れプロジェクトのデータを用いた評価実験では, 出力ヒストグラムを用いた変化点検出を行うシナリオにおいて, ϵ -アドバーザリアルプライバシーを満たすヒストグラムを用いた検出結果が, プライバシ保護を施さないデータを用いた検出結果と差が小さいことが示せた. そのため, 提案のプライバシーを用いた出力データは, 既存の差分プライバシーなどに比べて利便性が高いといえる.

謝辞

本研究は最先端研究開発プログラム (FIRST) 「超巨大データベース時代に向けた最高速データベースエンジンの開発と当該エンジンを核とする戦略的社会サービスの実証・評価」の助成を受けたものである. また, 研究実施に当たり実験データをご提供頂いた東京大学空間情報科学研究センター「人の流れプロジェクト」に感謝します.

参考文献

- [Chen 12] Chen, R., Acs, G., and Castelluccia, C.: Differentially Private Sequential Data Publication via Variable-Length N-Grams, in *Proc. of the 19th ACM Conference on Computer and Communications Security*, pp. 638–649, Raleigh, NC, USA (2012), ACM Press
- [Dwork 06] Dwork, C., Mcsherry, F., Nissim, K., and Smith, A.: Calibrating Noise to Sensitivity in Private Data Analysis, in *Proc. of the Third Theory of Cryptography Conference*, pp. 265–284, New York, NY, USA (2006), Springer
- [Fung 09] Fung, B. C. M., Cao, M., Desai, B. C., and Xu, H.: Privacy Protection for RFID Data Categories and Subject Descriptors, in *Proc. of the 24th ACM Symposium on Applied Computing*, pp. 1528–1535, Honolulu, HI, USA (2009), ACM Press
- [Rastogi 09] Rastogi, V., Hay, M., Miklau, G., and Suciu, D.: Relationship Privacy: Output Perturbation for Queries with Joins, in *Proc. of the 28th ACM Symposium on Principles of Database Systems*, pp. 107–116, Providence, RI, USA (2009), ACM Press
- [Xiao 07] Xiao, X. and Tao, Y.: m-Invariance: Towards Privacy Preserving Re-publication of Dynamic Datasets, in *Proc. of the ACM SIGMOD International Conference on Management of Data*, pp. 689–700, Beijing, China (2007), ACM Press
- [Xu 12] Xu, J., Zhang, Z., Xiao, X., Yang, Y., and Yu, G.: Differentially Private Histogram Publication, in *Proc. of the 28th IEEE International Conference on Data Engineering*, pp. 32–43, Washington, DC, USA (2012), IEEE Computer Society