1E4-6in

授かり効果付きオンライン学習

大岩 秀和[*1] 中川 裕志[*2]
Hidekazu Oiwa Hiroshi Nakagawa

[*1]東京大学情報理工学系研究科
Graduate School of Information Science and Technology, The University of Tokyo

[*2]東京大学情報基盤センター
Information Technology Center, The University of Tokyo

Sequential learning is an effective tool to solve large-scale learning tasks. However, a negative side-effect might happen in sequential learning setting; the learner sometimes makes an incorrect prediction on examples that has been correctly predicted. The conventional sequential learning framework neglects such inconsistent prediction behavior and such events affect the human decision making. We propose a new sequential learning framework that internalizes human cognitive bias. These effects arise when the final predictor misclassifies the data that was correctly predicted. Our goal is on minimization of the sum of the expected loss and a new loss originates from this negative side-effect. We have developed a cognitive bias induced framework as a generic template to solve sequential learning problems with this bias. Finally, we conducted experiments in a sequential learning setting with the human cognitive bias and showed our framework outperformed the conventional algorithms.

1. はじめに

オンライン学習は，データを一つ受け取る度予測モデルを改良する学習手法の一つである．オンライン学習によるデータの逐次処理の結果，予測モデルの変化に伴い同データに対する予測結果も時系列的に変化する．結果として，過去の予測モデルでは正しく分類できたデータを現在のモデルでは誤分類し，一部のデータへの予測精度が最終的に犠牲になることがある．

人間は自身の所有物を新たに未所有の物を取得する場合より高く評価する認知バイアスを持つ事が知られている．後に見るように，授かり効果 [Thaler 80] と呼ばれるこの現象はオンライン学習の枠組みでも発生することが示唆されるが，これまで授かり効果を考慮していなかった．本研究の目的は，授かり効果を補正するための新たなオンライン学習の枠組みとその上でのアルゴリズムを構築することである．

本稿の構成は以下のとおりである．はじめに 2. にて，オンライン学習と授かり効果の概要を解説する．続く 3. では，授かり効果損失を数理的にモデル化し，預かり効果損失を考慮した新たな枠組みを提案する．4. では，授かり効果付きオンライン学習における一般的なアルゴリズムとして，預かり効果付き確率的勾配降下法を提案する．5. では提案手法の理論解析を行い，新しい枠組みでの Regret 解析と収束性を議論する．6. では大規模データを用いた実データ実験を行い，提案手法を一般の確率的勾配降下法と比較し，有効性を示す．

2. オンライン学習と授かり効果

本章では，オンライン学習と授かり効果の概要を簡単に述べる．オンライン学習は，大量のデータを高速に処理するための基盤として近年注目を集めている学習の枠組みである．機械学習分野を中心にアルゴリズム開発や理論的性能評価が急速に進められている [Shalev-Shwartz 12]．授かり効果は行動経済学分野を中心に研究が進んでいる人間の認知バイアスの一種のモデル化である [Kahneman 90]．授かり効果による認知バイアスにより，オンライン学習によって最終的に得られた予測モデルが過去に正答したデータを誤って予測する時，未知のデータを誤答する時よりもモデル評価が低くなる事が示唆される．

Algorithm 1 オンライン学習

> n 次元の重みベクトルを初期化する ($\mathbf{w}_1 = \mathbf{0} \in \mathcal{W}$).
> **for** $t = 1, \ldots, T$ **do**
> 　n 次元の入力空間 $\mathcal{X}$ から入力ベクトル ($\mathbf{x}_t \in \mathcal{X}$) を受け取る.
> 　出力の予測値 ($\hat{y}_t = \mathrm{sgn}(\langle \mathbf{w}_t, \mathbf{x}_t \rangle)$) を計算する.
> 　真の出力値 ($y_t \in \{-1, 1\}$) を受け取る.
> 　予測精度に応じた損失値 ($\ell(\mathbf{w}_t; \langle \mathbf{x}_t, y_t \rangle)$) を被る.
> 　重みベクトルを更新する $\mathbf{w}_{t+1} \in \mathcal{W}$.
> **end for**

2.1 オンライン学習

オンライン学習とは，大規模データの学習を高速かつ省メモリに実現する方法として注目を集めている枠組みである．全てのデータを一度に処理するのではなく，オンライン学習ではデータが一つ与えられるたび即座に予測値を出力し，予測モデルの改良を行う．全データを一度に扱うバッチ学習手法では，大規模データを扱う際には全てのデータを一度にメモリに載せる事が困難なため，データ数に対するメモリ使用量等を考慮した効率的なアルゴリズムが必要となる [Yu 12]．一方で，オンライン学習では毎回の予測モデル更新に最新のデータしか利用せず過去に用いたデータをメモリに保存しない条件下で動くため，大規模データやストリームデータと相性が良い．

本稿では，二値分類問題に対する線形識別器に限り議論を行う．オンライン学習では，Algorithm 1 の手続きに従い予測モデルを逐次的に更新する．線形識別器の設定では，n 次元の重みベクトルと n 次元の入力ベクトルとの内積値の符号 ($\mathrm{sgn}(\langle \mathbf{w}, \mathbf{x} \rangle)$) を基に予測を行う．損失関数は重みベクトルとデータの関数として $\ell(\mathbf{w}; (\mathbf{x}, y))$ で定義される．損失関数は現在の予測モデルによるデータ $(\mathbf{x}, y)$ の予測精度を評価する関数であり，当てはまりが悪いほど大きな値を出力する．代表的な損失関数の例としてロジスティック損失関数があげられる．

$$\ell(\mathbf{w}; (\mathbf{x}, y)) = \log(1 + e^{-y\langle \mathbf{w}, \mathbf{x} \rangle}) \ . \tag{1}$$

既存のオンライン学習の枠組みでは，多くのアルゴリズム

連絡先: 大岩 秀和，東京大学情報理工学系研究科，東京都文京区本郷 7-3-1 総合図書館 4F，03-5841-2729，03-5841-2745，oiwa@r.dl.itc.u-tokyo.ac.jp

が Regret と呼ばれる評価値を最小化する予測モデルの導出を目的としている [Shalev-Shwartz 07, Shalev-Shwartz 11, Oiwa 12][*1]．Regret とは，重みベクトル ($\mathbf{u} \in \mathcal{W}$) を用いて以下の式で定義されるアルゴリズム評価のための指標である．

$$Regret(\mathbf{u}) = \sum_{t=1}^{T} \ell(\mathbf{w}_t; (\mathbf{x}_t, y_t)) - \sum_{t=1}^{T} \ell(\mathbf{u}; (\mathbf{x}_t, y_t)) \ , \quad (2)$$

ここで T は受け取ったデータの数である．この指標の第一項は，特定のオンライン学習アルゴリズムで学習を逐次的に行った時に T 個のデータを処理するまでに得られた損失の総和を表している．第二項は，重みベクトルを $\mathbf{u}$ に固定した時の T 個のデータに関する損失値の総和を示している．Regret では第一項と第二項の差を指標として扱っている．Regret の値がいかなる重みベクトル・データ系列に対しても上限値が $o(T)$ で抑えられる場合，一データ当たりの Regret の値はデータ数の増加に応じて 0 に収束する．Regret 上限が $o(T)$ の時，各データがある確率分布 $\mathcal{D}$ から i.i.d. でサンプルされていた場合，一定の条件のもと期待損失の値が最適値に収束する重みベクトルを得ることが出来る [Cesa-Bianchi 04]．この事から，Regret 最小化を目指すオンライン学習アルゴリズムは i.i.d. 条件下でサンプルされた有限個データからの反復学習にも適用可能になる．ここで，期待損失の値は以下の式で定義される．

$$E_{(\mathbf{x},y)\sim\mathcal{D}} \left[\ell(\mathbf{w}; (\mathbf{x}, y)) \right] \quad (3)$$

2.2 授かり効果

授かり効果は，人間の合理的な意思決定を阻害しうる認知バイアスの一種である．人間は自身が既に所有する物を高く評価しやすい事が知られている．人間の認知バイアスを引き起こす上記の現象を授かり効果と呼ぶ．授かり効果の一因として，所得効果が挙げられる [Hanemann 91]．

3. 授かり効果付きオンライン学習

オンライン学習は大規模データ等に対してメモリ容量や計算量の面で効率のよいアルゴリズムを導出可能な枠組みである．しかし，データを逐次的に処理する枠組みのため，人間の認知バイアスを主因とする副作用が発生する．

データを逐次的に処理しながら予測モデルを更新する場合，過去の予測モデルで正しく分類したデータを最終的な予測モデルでは誤答する事がある．2.2 で指摘したように，人間は自身が既に所有する物を高く評価する認知バイアスを持つことが知られている．この事から，過去に正答したデータを後の予測モデルで誤答する場合，新出のデータへの予測を誤るよりも大きな損失を被る事が示唆される．この認知バイアスを低減するため，オンライン学習のためのアルゴリズムは過去に処理したデータへの予測精度低下による副作用も考慮した予測モデル更新が求められる．本稿の主な試みは，オンライン学習の枠組みで発生する授かり効果を新たな損失として定義し内生化する新たなオンライン学習の枠組みを提案することである．

3.1 定式化

授かり効果の影響により発生する損失を授かり効果損失として新しく定義する．過去に正しい予測を返したデータに対して現在の予測モデルが誤答する場合に，授かり効果損失は発現する．この授かり効果損失を導入した新しい最適化問題は以下の式で記述される．

$$\begin{aligned} S(\mathbf{w}) = & E_{(\mathbf{x},y)\sim\mathcal{D}} \left[\ell(\mathbf{w}; (\mathbf{x}, y)) \right] \\ & + \frac{\gamma}{|P|} \sum_{(\mathbf{x}_p, y_p) \in P} \ell(\mathbf{w}; (\mathbf{x}_p, y_p)) \ . \end{aligned} \quad (4)$$

ここで，P は過去の予測モデルで正しい結果を返したデータ集合を表し，$|P|$ は P の要素数を示す．集合 P の要素はアルゴリズムがデータを受け取るたび，逐次更新される．第一項はデータ分布 D に関する期待損失を表現する．この項は，既存のオンライン学習アルゴリズムで最小化を目指していた指標である．第二項に新しく授かり効果損失が導入される．パラメータ $\gamma \geq 0$ は上記の二項の間の優先度を調節する．具体的な値はタスクや人間の認知バイアスの強さに応じて自動的に定まる．$\gamma = 0$ の時通常のオンライン学習の枠組みと同一となる．(4) 式を最小化すべき最適化問題とおいてデータを一つ受け取るたびに逐次的にパラメータ更新を行うのが授かり効果付きオンライン学習である．次の章では，この関数を最小化するパラメータを導出するためのアルゴリズム開発に焦点を置く．

4. 授かり効果付き確率的勾配降下法

確率的勾配降下法は，オンライン学習のための最適化アルゴリズムの一種である．特に損失関数が凸な場合によく用いられる手法である．確率的勾配降下法では，損失関数が微分可能であれば一次近似を用いてパラメータを更新する[*2]．一次近似のみを用いてパラメータを更新するため，特徴量次元数やデータ数が膨大な場合にも高速な最適化が実現される．理論解析面では他の手法に劣る場合でも実験的に大規模データに対して多くの場合高い性能を示すことが知られている [Bottou 11]．

確率的勾配降下法はデータを一つ受け取る毎に現在の重みベクトルに関する損失関数の勾配の逆方向へパラメータを更新する．更新式は式 (5) の形で記述される．

$$\mathbf{w}_{t+1} = \Pi_{\mathcal{W}} \left(\mathbf{w}_t - \eta_t \nabla \ell(\mathbf{w}_t; (\mathbf{x}_t, y_t)) \right) \ . \quad (5)$$

$\nabla \ell(\mathbf{w}_t; (\mathbf{x}_t, y_t))$ は，重みベクトル $\mathbf{w}_t$ に関するデータ $(\mathbf{x}_t, y_t)$ の損失関数の劣勾配を表す．$\Pi_{\mathcal{W}}(\cdot)$ は凸集合 $\mathcal{W}$ への投射関数であり，$\Pi_{\mathcal{W}}(\mathbf{w}) = \arg\min_{\mathbf{w}' \in \mathcal{W}} \|\mathbf{w} - \mathbf{w}'\|_2$ で定義される．$\{\eta_t\}$ は学習率の系列を示す．

一般のオンライン学習の枠組みでは高い性能を示す確率的勾配降下法も授かり効果損失を導入した場合は良い結果を得にくい．確率的勾配降下法は各時点での予測結果を考慮せず全ての訓練データを同一の重要度で扱うためである．授かり効果損失は，データを受け取った際に当時の予測モデルで正答した場合にしか発現しない．そのため通常の確率的勾配降下法では，正答したデータと誤答したデータの間に生じる歪みを補正することが出来ない．上記の現象を数理的に確認するため，授かり効果付きオンライン学習における経験損失を変形すると，

$$\begin{aligned} S_T(\mathbf{w}) &= \sum_{t=1}^{T} \ell(\mathbf{w}; (\mathbf{x}_t, y_t)) + \gamma \sum_{(\mathbf{x}_p, y_p) \in P} \ell(\mathbf{w}; (\mathbf{x}_p, y_p)) \\ &= \sum_{t=1}^{T} \ell(\mathbf{w}; (\mathbf{x}_t, y_t)) + \gamma \sum_{t=1}^{T} 1_{\hat{y}_t = y_t} \ell(\mathbf{w}; (\mathbf{x}_t, y_t)) \\ &= \sum_{t=1}^{T} (1 + \gamma 1_{\hat{y}_t = y_t}) \ell(\mathbf{w}; (\mathbf{x}_t, y_t)) \ , \end{aligned} \quad (6)$$

*1 誤識別回数の最小化を目指すオンライン学習アルゴリズム [Rosenblatt 58, Crammer 06, Crammer 08] も存在する．損失関数を適切に設定すれば，Regret 最小化を目的としたアルゴリズムは誤識別回数と同等な目的関数の上限値も導出できる．

*2 損失関数が微分不可能な点を持つ場合も関数形が凸であれば劣勾配を用いることができる

となる．ここで，

$$1_{\hat{y}_t=y_t} = \begin{cases} 1 & \text{if } \hat{y}_t = y_t \\ 0 & \text{if } \hat{y}_t \neq y_t \end{cases} \tag{7}$$

である．(6) 式から過去の予測モデルで正答しているデータは誤答しているデータよりも重要度が高くなる事がわかる．損失最小化には，過去のモデルで正答したデータの重要度を高めることが不可欠である．

本稿では授かり効果を導入した確率的勾配降下法を提案する．提案手法では重要度に応じた更新式を導出するため，データを予測ステップの結果 (y と $\hat{y}$ が一致するか否か) に応じてカテゴリー分類し，重みベクトルの更新幅を調節する．現在の予測モデルで正答した場合は，重みベクトルを通常の幅よりさらに γ の割合だけ大きく更新することで，より重要なデータとして扱う．重みベクトルの更新式は以下のように記述できる．

$$\mathbf{w}_{t+1} = \Pi_{\mathcal{W}}\left(\mathbf{w}_t - c_t \nabla \ell(\mathbf{w}_t; (\mathbf{x}_t, y_t))\right) . \tag{8}$$

ここで，c_t は以下のように定義される．

$$c_t = \begin{cases} \eta_t(1+\gamma) & \text{if } \hat{y}_t = y_t \\ \eta_t & \text{if } \hat{y}_t \neq y_t \end{cases} \tag{9}$$

この更新式によって，過去に正答したデータを γ の割合だけ大きな重み付けが実現する．

提案手法の擬似コードを Algorithm 2 で示す．

Algorithm 2 授かり効果付き確率的勾配降下法

Input: 学習率 $\{\eta_t\}$, ハイパーパラメータ γ
  重みベクトルの初期化 ($\mathbf{w}_1 = \mathbf{0}$)
  for $t = 1, \ldots, T$ **do**
    入力ベクトル ($\mathbf{x}_t$) を受け取る
    現在のモデルで出力値を予測 ($\hat{y} = \mathrm{sgn}(\langle \mathbf{w}_t, \mathbf{x}_t \rangle)$)
    真の出力値 (y_t) を得る
    if $y_t = \hat{y}_t$ **then**
      $\mathbf{v}_{t+1} = \mathbf{w}_t - \eta_t(1+\gamma)\nabla\ell(\mathbf{w}_t; (\mathbf{x}_t, y_t))$
    else
      $\mathbf{v}_{t+1} = \mathbf{w}_t - \eta_t\nabla\ell(\mathbf{w}_t; (\mathbf{x}_t, y_t))$
    end if
    $\mathbf{w}_{t+1} = \operatorname*{argmin}_{\mathbf{w}\in\mathcal{W}} \|\mathbf{w} - \mathbf{v}_{t+1}\|_2$
  end for
Output: $\bar{\mathbf{w}} = \sum_{t=1}^{T} \mathbf{w}_t$

5. 理論解析

本章では，授かり効果付きオンライン学習の枠組みにおける提案手法の理論解析を行う．理論解析の目的は，提案手法による Regret および期待損失の上限値の導出である．これらの結果により，一定の条件のもと，提案手法は授かり効果付きオンライン学習の枠組みにおける最適化問題の最適解へ収束する予測モデルを導出可能な事が示される．ページ数制約のため，Lemma および Theorem の証明は省略する．

Lemma 1 は，授かり効果付きオンライン学習の最適化問題を新たな関数 $r(\cdot,\cdot)$ を用いて変形する．

Lemma 1 授かり効果付きオンライン学習の枠組みで得られるデータはあるデータ分布 D から i.i.d. にサンプルされると仮定する．この時，以下の等式を満たす関数 $r(\cdot,\cdot)$ が存在する．

$$E_{(\mathbf{x},y)\sim D}\left[\ell(\mathbf{w};(\mathbf{x},y))\right] + \frac{\gamma}{|P|}\sum_{(\mathbf{x}_p,y_p)\in P} \ell(\mathbf{w};(\mathbf{x}_p,y_p)) = E_{(\mathbf{x},y)\sim D}\left[r(\mathbf{x},y)\ell(\mathbf{w};(\mathbf{x},y))\right] . \tag{10}$$

さらに，適切な新しいデータ分布 D_P と定数 H を用いて以下の式を導出できる．

$$E_{(\mathbf{x},y)\sim D}\left[r(\mathbf{x},y)\ell(\mathbf{w};(\mathbf{x},y))\right] = HE_{(\mathbf{x},y)\sim D_P}\left[\ell(\mathbf{w};(\mathbf{x},y))\right] . \tag{11}$$

次に，提案手法の Regret 上限を評価する．簡単のため，これ以降は $r(\mathbf{x}_t, y_t)$ は r_t，$\ell(\cdot;(\mathbf{x}_t,y_t))$ は $\ell_t(\cdot)$ とデータに関する部分を省略して表記する．この時，授かり効果付きオンライン学習の枠組みにおける Regret は以下の式で定義される．

$$\mathit{Regret}(\mathbf{u}) = \sum_{t=1}^{T} r_t\ell_t(\mathbf{w}_t) - \sum_{t=1}^{T} r_t\ell_t(\mathbf{u}) \tag{12}$$

提案手法の Regret 上限は Lemma 2 で導出される．

Lemma 2 提案手法の更新ルール (Algorithm 2) に則り重みベクトル系列 $\{\mathbf{w}_t\}$ を導出した時，定数 R, G を用いて $\|\mathbf{w}_t\|_2 \leq R$，$\|\nabla\ell_t(\mathbf{w}_t)\|_2 \leq G$，$(r_t/c_t - r_{t-1}/c_{t-1}) \geq 0$ が全ての t において満たされると仮定する．$\eta_t = \sqrt{2}R/(1+\gamma)G\sqrt{t}$ と設定した時，全ての $\|\mathbf{u}\|_2 \leq R$ に対して以下の不等式が成立する．

$$\mathit{Regret}(\mathbf{u}) \leq 2\sqrt{2}RGr_{max}(1+\gamma)\sqrt{T} = O(\sqrt{T}) . \tag{13}$$

ここで，系列 $\{r_t\}$ の最大値を $r_{max} = \max_t r_t$ と表記する．

最後に Theorem 1 で，提案手法が最適化問題 (4) の上限値を抑える事が可能で，最適解への収束性を持つ事を確認する．

Theorem 1 データがある分布 D から i.i.d. にサンプルされる時，*Lemma 1* と *Lemma 2* で導入した条件が全て満たされる場合は以下の式が満たされる．

$$E_{D^T}\left[E_{(\mathbf{x},y)\sim D_P}\left[\ell(\bar{\mathbf{w}};(\mathbf{x},y))\right]\right] - E_{(\mathbf{x},y)\sim D_P}\left[\ell(\mathbf{u};(\mathbf{x},y))\right] \leq \frac{2\sqrt{2}RGr_{max}(1+\gamma)}{\sqrt{T}} . \tag{14}$$

この結果から，提案手法により導出された重みベクトル系列の平均は，データ分布 D と授かり効果損失に関連するデータ集合 P に関する最適化問題を最小化する事が示される．自然に，最適な重みベクトルへの収束性も示される．収束レートは $O(1/\sqrt{T})$ である．加えて，$\eta_t r_t = c_t$ が全ての t で満たされる時，更に小さな Regret および収束レートを得ることが出来る．

6. 実験

本章では実データ実験により，授かり効果付きオンライン学習の枠組みの上での既存手法と提案手法の性能を観察した．本実験では，LibSVM dataset の五種類の二値分類タスクを用いて比較を行った．各データセットの詳細は表 1 に記載している．news20 と rcv1 はニュースのカテゴリ分類タスクである．algebra と BtA (Bridge to Algebra) は，各学生の各代数問題への正答予測タスクである．webspam-t は，ウェブスパム分類タスクをテキストのトライグラム情報から行なっている．既存手法としては確率的勾配降下法を用いた．

期待損失と授かり効果損失を定量的に評価するため，テストデータに対する平均損失を期待損失，過去に正しく分類したデータに対する最終的な予測モデルでの損失の平均を授かり効果損失として計測した．従って，最小化するべき累積損失値は式 (15) で定義される．

$$\frac{1}{S}\sum_{s=1}^{S}\ell(\mathbf{w};(\mathbf{x}_s,y_s)) + \frac{\gamma}{|P|}\sum_{(\mathbf{x}_p,y_p)\in P}\ell(\mathbf{w};(\mathbf{x}_p,y_p)) . \tag{15}$$

表 1: 各データセット情報

	訓練データ数	テストデータ数	特徴次元数
news20	15,000	4,996	1,335,191
rcv1	20,242	677,399	47,236
algebra	8,407,752	510,302	20,216,830
BtA	19,264,097	748,401	29,890,095
webspam-t	315,000	35,000	16,609,143

表 2: 各手法の実験結果として，期待損失・授かり効果損失・累積損失の値を表記している (反復回数:1).

	損失関数	提案手法	確率的勾配降下法
news20	期待損失	$\mathbf{1.57 \times 10^{-1}}$	1.66×10^{-1}
	授かり効果損失	$\mathbf{1.99 \times 10^{-2}}$	3.67×10^{-2}
	累積損失	$\mathbf{1.77 \times 10^{-1}}$	2.03×10^{-1}
rcv1	期待損失	$\mathbf{1.31 \times 10^{-1}}$	1.34×10^{-1}
	授かり効果損失	$\mathbf{2.16 \times 10^{-2}}$	3.77×10^{-2}
	累積損失	$\mathbf{1.53 \times 10^{-1}}$	1.72×10^{-1}
algebra	期待損失	3.13×10^{-1}	$\mathbf{2.95 \times 10^{-1}}$
	授かり効果損失	$\mathbf{7.27 \times 10^{-2}}$	1.23×10^{-1}
	累積損失	$\mathbf{3.85 \times 10^{-1}}$	4.17×10^{-1}
BtA	期待損失	2.94×10^{-1}	$\mathbf{2.87 \times 10^{-1}}$
	授かり効果損失	$\mathbf{8.21 \times 10^{-2}}$	1.38×10^{-1}
	累積損失	$\mathbf{3.76 \times 10^{-1}}$	4.24×10^{-1}
webspam-t	期待損失	$\mathbf{4.08 \times 10^{-2}}$	4.09×10^{-2}
	授かり効果損失	$\mathbf{9.21 \times 10^{-3}}$	1.20×10^{-2}
	累積損失	$\mathbf{5.00 \times 10^{-2}}$	5.29×10^{-2}

ここで，S はテストデータ数である．重みベクトル空間 $\mathcal{W}$ は特徴量次元数と同じ N 次元のユークリッド空間全体を用いた．損失関数にはロジスティック損失関数を利用した．反復数は 1 とした．学習率は $\eta_t = \eta/\sqrt{t}$ と定義し，10^3 から 1.91×10^{-3} までの 1/2 刻みの値の中で累積損失を最小化する η の値を選んだ．トレードオフパラメータ γ は 1 に設定した．

6.1 実験結果

実験結果を表 2 で表記した．表 2 より提案手法が授かり効果損失・累積損失に関して既存手法より低い値を全データセットで示した．さらに提案手法は，期待損失の値も多くのデータセットで既存手法と同等かより低い値を導出した．この事から，授かり効果を導入した枠組みの上では提案手法が既存手法を遥かに上回る結果を得られることを確認できる．さらに図 1 では，BtA データセットに各手法を適用した際の 1,000 サンプル毎の各損失関数の値をプロットしている．この図から，提案手法は既存手法より極めて低い授かり効果損失値をイテレーション全体を通して維持している事が分かる．また，ページ数の制約上結果は省いているが，γ の値を変化させた場合の実験も行なっている．結果として，γ の値の増加に従い提案手法の授かり効果損失が減少する事が示された．

7. 今後の課題

今後の課題として，以下の事項が挙げられる．

- 適切な c_t の設定方法．$c_t = \eta_t r_t$ を満たす c_t はデータ分布 D が既知でないと不可能なため，近似値を求めるため D の推定が必要である．

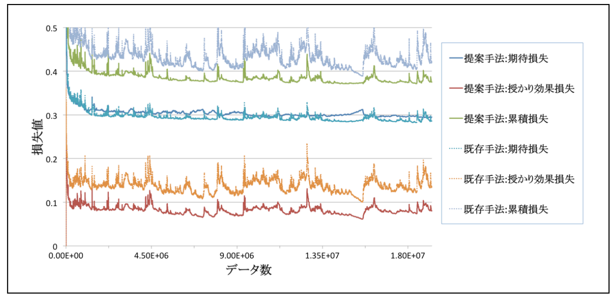

図 1: 各手法の BtA データセットにおける 1,000 データ毎の損失関数値の推移

- ミニバッチ学習や分散環境への拡張．

参考文献

[Bottou 11] Bottou, L. and Bousquet, O.: The Tradeoffs of Large Scale Learning, in Sra, S., Nowozin, S., and Wright, S. J. eds., *Optimization for Machine Learning*, pp. 351–368, MIT Press (2011)

[Cesa-Bianchi 04] Cesa-Bianchi, N., Conconi, A., and Gentile, C.: On the Generalization Ability of On-Line Learning Algorithms, *IEEE Transactions on Information Theory*, Vol. 50, No. 9, pp. 2050–2057 (2004)

[Crammer 06] Crammer, K., Dekel, O., Keshet, J., Shalev-Shwartz, S., and Singer, Y.: Online Passive-Aggressive Algorithms, *Journal of Machine Learning Research*, Vol. 7, pp. 551–585 (2006)

[Crammer 08] Crammer, K., Dredze, M., and Pereira, F.: Exact Convex Confidence-Weighted Learning, in *NIPS*, pp. 345–352, Curran Associates, Inc. (2008)

[Hanemann 91] Hanemann, W. M.: Willingness to Pay and Willingness to Accept: How Much Can They Differ?, *The American Economic Review*, Vol. 81, No. 3, pp. 635–647 (1991)

[Kahneman 90] Kahneman, D., Knetsch, J., and Thaler, R. H.: Experimental Tests of the Endowment Effect and the Coase Theorem, *Journal of Political Economy*, Vol. 98, No. 6, pp. 1325–48 (1990)

[Oiwa 12] Oiwa, H., Matsushima, S., and Nakagawa, H.: Healing Truncation Bias: Self-Weighted Truncation Framework for Dual Averaging, in *ICDM*, pp. 575–584 (2012)

[Rosenblatt 58] Rosenblatt, F.: The Perceptron: A Probabilistic Model for Information Storage and Organization in the Brain, *Psychological Review*, Vol. 65, No. 6, pp. 386–408 (1958)

[Shalev-Shwartz 07] Shalev-Shwartz, S. and Singer, Y.: A primal-dual perspective of online learning algorithms, *Machine Learning*, Vol. 69, pp. 115–142 (2007)

[Shalev-Shwartz 11] Shalev-Shwartz, S., Singer, Y., Srebro, N., and Cotter, A.: Pegasos: primal estimated sub-gradient solver for SVM, *Mathematical Programming*, Vol. 127, No. 1, pp. 3–30 (2011)

[Shalev-Shwartz 12] Shalev-Shwartz, S.: Online Learning and Online Convex Optimization, *Foundations and Trends in Machine Learning*, Vol. 4, No. 2, pp. 107–194 (2012)

[Thaler 80] Thaler, R. H.: Toward a positive theory of consumer choice, *Journal of Economic Behavior & Organization*, Vol. 1, No. 1, pp. 39–60 (1980)

[Yu 12] Yu, H.-F., Hsieh, C.-J., Chang, K.-W., and Lin, C.-J.: Large Linear Classification When Data Cannot Fit in Memory, *ACM Transactions on Knowledge Discovery from Data*, Vol. 5, No. 4, pp. 23:1–23:23 (2012)