

市場間連成を考慮した人工市場によるリスクヘッジ行動の影響分析

Impact of hedger's behavior on underlying market
using coupled artificial markets model川久保 佐記*¹ 和泉 潔*^{1*2} 吉村 忍*¹
Saki Kawakubo Kiyoshi Izumi Shinobu Yoshimura*¹東京大学大学院工学系研究科 *²科学技術振興機構 さきがけ & CREST
School of Engineering, The University of Tokyo PRESTO & CREST, JST

The effect of option markets on their underlying markets has been studied intensively since the first option contract was listed. Despite considerable effort, including the development of theoretical and empirical approaches, we do not yet have conclusive evidence on this effect. We investigate the effect of option markets, especially that of dynamic hedging, on their underlying markets by using an artificial market. We propose a two-market model in which an option market and its underlying market interact. We confirmed that dynamic hedging increases or decreases the volatility of the underlying market under certain conditions.

1. はじめに

金融市場を対象としたマルチエージェントモデルはこれまでも数多く研究されている。中でも株式市場を対象としたものが多い。学術的な面では株式市場におけるアノマリーの説明や市場規制の効果検証などの成果をあげている。米国の株式市場 NASDAQ でも利用する [Darley et al. 2007] など、現実的な応用が広がりつつある。今後、人工市場は金融制度検証のための有効な手法となる可能性があり、より現実的な挙動を再現するモデルが求められている。

現実市場においては複数の市場が複雑に影響し合っており、中には切り離して考える事が困難な関係性が存在するが、これまでの人工市場モデルは単一市場を扱っており複数市場を対象としたものは少ない。本研究では、重要な市場間相互作用の一例である原資産市場とオプション市場の関係に着目し、両市場が連動して作用する人工市場モデルを構築し、その相互作用についてのシミュレーションを実施した。

2. オプショントレーダーのデルタヘッジ取引

本研究では、マルチエージェントモデルを用いてリスク管理のためのデルタヘッジ取引が原資産市場に与える影響について検討する。デルタとはオプション取引におけるリスクを表す指標の一つであり、原資産価格が変化した時のオプション市場の価格の変化量を表す。

デルタが 0.5 である場合、原資産価格が 100 上昇するとオプション市場の価格が 50 上昇する。この時、オプション取引と同時に原資産を保有することでデルタをゼロに近づけ、原資産市場の価格変動によって左右されるオプション価格の変動リスクを排除することができる。このような取引をデルタヘッジ取引と呼ぶ。デルタの値は原資産価格の水準等によって変化する。デルタニュートラルポジションを維持するためにはデルタの変化に応じた原資産の売買が必要であり、これをダイナミックヘッジと呼ぶ。

デルタヘッジを考える上でもう一つ重要なリスクパラメータがガンマである。ガンマとは、原資産の価格変動に対するデルタの変化率のことである。ガンマが正の場合にデルタニュー

ラルを保つためには、原資産市場価格が上昇するときには原資産の売り、下落するときには原資産の買いが必要となってくる。これは原資産市場の動きを抑える方向のヘッジとなる。一方、ガンマが負の場合、原資産価格が上昇するときには原資産の買い、下落するときには原資産の売りのオペレーションが必要になる。理論的にはこれらのヘッジ取引を介してオプション市場と原資産市場の動きが相互に関連する。

Frey [Frey 2000] はヘッジャーのポジションのガンマと市場流動性を考慮することでヘッジ注文の市場ボラティリティへの影響を定式化している。Frey のモデルによるとヘッジャーのポジションのガンマが正であれば原資産市場のボラティリティは本来の値より小さくなる。一方、ガンマが負であれば原資産市場のボラティリティが高まる結果となる。Frey のモデル式はヘッジャーのポジションのガンマに着目している点は本研究と同様であるが、トレーダーの特性や割合、戦略の相互作用は考慮されておらず、条件によって変化しうる市場間の関連性については正確に把握できない。一方、本研究は市場間相互作用を分析する上でエージェントのマイクロな情報まで考慮できるため、先行研究では観測できなかった分析が可能となる。

3. 人工市場モデル

本研究では原資産市場でのみ取引可能な原資産市場のローカルエージェント、オプション市場のみで取引可能なオプション市場のローカルエージェント、そして原資産市場とオプション市場の両方で取引可能なグローバルエージェントの 3 種類のエージェントを用意した。ローカルエージェントには既存のモデル [Wang et al. 2012] を用い、ヘッジャーモデルを新たに追加した。1 タイムステップごとに 1 体のエージェントが発注し、1 セッションで全てのエージェント発注を行う。1 回のシミュレーションは 1000 回のセッションで構成される。原資産市場は流動性が高いため 1 セッション中に何回も値段が決定するザラバ方式を採用したが、オプション市場は比較的流動性が低いため、1 セッション中に 1 つの約定値段を決定する板寄せ方式を採用している。

原資産市場とオプション市場における価格決定の関係は図 1 のとおりである。まず、原資産市場で取引を開始する ($T = 1$)。原資産でのセッション終了後、原資産市場の価格 $P(1)$ をとボラティリティをベースにオプション市場のエージェントが 30

日後のボラティリティを予測し、オークションによりオプション価格 $P_{op}(1)$ を決定する。 $T = 2$ 時点では、原資産市場のローカルエージェントが $P(1)$ をもとに $P(2)$ の価格を予測し発注を行うと同時に、 $T = 1$ でオプション取引を行ったグローバルエージェントが原資産市場にヘッジ注文を出す。そこで決定された $P(2)$ とボラティリティをベースに、オプション市場の $T = 2$ 時点の取引が開始される。今回のシミュレーションでは、オプション市場のローカルエージェントの戦略はヘッジ行動に影響を与えないことから、以下では、原資産市場のローカルエージェントとグローバルエージェントの戦略について説明する。

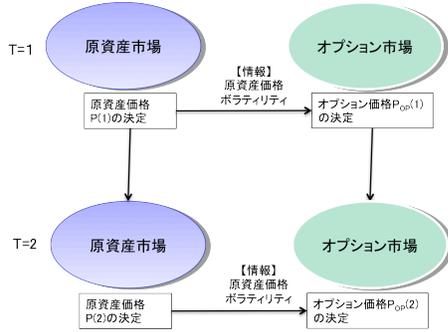


図 1: 価格決定の流れ

3.1 原資産市場のエージェント

原資産市場のみで取引を行うエージェントにはファンダメンタリスト、チャートリスト、ノイズトレーダーの 3 種類の特徴を持ち合わせたスタイライズドトレーダーを用いている [Wang et al. 2012][Chiarella et al. 2009]. ファンダメンタリストはファンダメンタル価格と現在値の差に着目し取引価格を決定する。現在値がファンダメンタル価格 p_t^f より高ければ売り注文を、低ければ買い注文を出す。ファンダメンタリストの持つ期待リターンは $\log \frac{p_t^f}{p_t}$ で表される。一方、チャートリストは価格のトレンドに注目し、過去のリターンの平均トレンドから価格将来の期待リターン \bar{r}_t^i を予測する。期待リターンが上昇傾向であれば買い注文を、下落傾向であれば売り注文を出す。ノイズトレーダーは発注のタイミングごとに決定されるランダムな数値 ε_t をもとに発注価格を決定する。

1 体のスタイライズドトレーダーのそれぞれの性質の比重は g_1, g_2, n^i のウェイトによって決められ、スタイライズドトレーダー i の持つ期待リターンは式 (1) で決定される。

$$\begin{aligned} \bar{r}_t^i &= \frac{1}{g_1^i + |g_2^i| + n^i} (g_1^i \log \frac{p_t^f}{p_t} + g_2^i \bar{r}_t^i + n^i \varepsilon_t) \quad (1) \\ g_1^i &\sim |N(0, \sigma_1)|, g_2^i \sim N(0, \sigma_2), n^i \sim |N(0, \sigma_n)|, \\ \varepsilon_t &\sim N(0, 1) \end{aligned}$$

ウェイトは 0 を平均、 $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_n$ を分散とする標準正規分布によって与えられる。今回は $\sigma_1 = \sigma_2 = 5.0, \sigma_n = 1.0$ としている。上記の条件に基づいて、まず、現資産市場のみのモデルで、現実市場でみられる特性 stylized facts を再現できるかテストした。エージェント数を 100 体から 300 体まで変化させ、それぞれ 1 回のシミュレーションで 1000 回のセッションを 100 セット行った場合の原資産市場のスタイライズドファクトの検証を行った。

騰落率の 2 乗の自己相関係数 (図 2(上段)) がいずれの場合もプラスであり、また収益率の尖度 (図 2(下段)) も高く fat-tail 分布が再現できていることから、原資産市場は Stylized Facts を満たしていると言える。

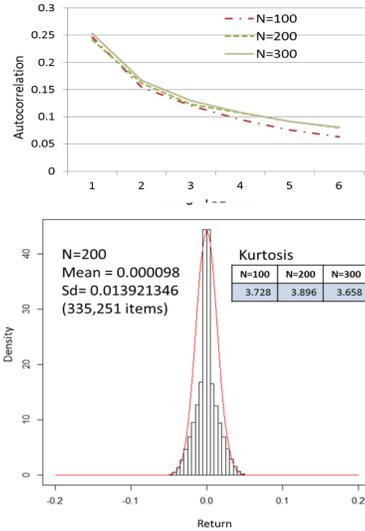


図 2: 原資産市場のスタイライズドファクト：騰落率の 2 乗の自己相関係数 (上段) と収益率の分布 (下段)

次に、原資産市場のエージェント数を 5 から 300 まで変化させ、セッションごとのボラティリティの推移 (図 3(上段)) と出来高の変化 (図 3(下段)) を調べた。ボラティリティに関してはエージェント数が増えるに従ってわずかながら上昇する結果となった。これは、エージェント数が増えることで 1 セッション中の取引数が増加し、前セッションからの価格の乖離が大きくなるからだと思うのだが、 $N=25$ 以上ではほぼ変わらない結果となっている。

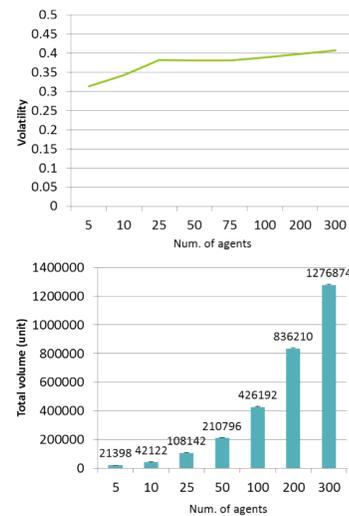


図 3: 原資産市場のボラティリティの推移 (上段) と出来高の変化 (下段)

3.2 グローバルエージェント

本研究で新たに定義するグローバルエージェントとは、オプション市場と原資産市場の両方にアクセス可能なエージェントである。両市場で取引をする投資家には裁定機会を狙って取引を行うアービトラージャーや、原資産ポジションのカバー目的でオプションを取引する投資家などが考えられるが、今回はデルタヘッジを行うエージェントをグローバルエージェントとしている。

グローバルエージェントはオプション市場で取引をすることでオプション契約のポジションを抱える。オプション市場で抱えたポジションのデルタリスクをヘッジするために原資産市場でダイナミックにヘッジ取引を行う。原資産市場で取引する際、グローバルエージェントは原資産価格に基づいてオプションポジションの現在のデルタ値を計算し、そこから必要な原資産ポジションを算出する。必要な原資産ポジションと現在保有する原資産ポジションの差分を注文量とし、原資産市場に注文を発注する(図4)

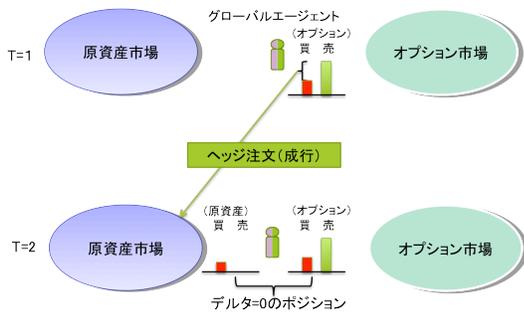


図4: ヘッジ取引の流れ

4. 市場間連成シミュレーション

本シミュレーションでは、ヘッジャーの現実的な行動を考慮した離散ヘッジと、理論モデルの前提条件に近いリアルタイムヘッジの2種類のシナリオを実施し、原資産市場のファンダメンタル価格が一定である場合のダイナミックヘッジの影響を検証した。シミュレーション結果には100回のシミュレーションの平均値を採用している。

4.1 実験1: 離散ヘッジ

実際のヘッジが一定間隔ごとに行われること、1日の最終価格がヘッジ取引において重要であることから、1回のセッションの最後で1回だけヘッジを行うシミュレーションを実施した。基本的な影響を調べるために、グローバルトレーダは1体とし、オプションの買いポジションのみを抱えるケース(ポジティブガンマポジション)と、オプションの売りポジションのみを抱えるケース(ネガティブガンマポジション)の2種類のシミュレーションを行った。

図5(上段)はヘッジャーのオプションの保有量(売却量)を10, 20, 40, 50と変化させた時の原資産市場のボラティリティの変化を表している。オプションを10単位保有している場合のヘッジ行為はヘッジャー不在時のボラティリティより高い結果となっているが、それ以外ではポジティブガンマポジションのヘッジは原資産市場のボラティリティを低下させる結果となった。一方、オプションの売りポジションを保有してい

る場合のヘッジ行為はいずれの保有量であっても原資産市場のボラティリティを高め、最大で14%程度の上昇となった。

全売買高に占めるヘッジ取引の割合は図5(下段)のとおりである。ヘッジ取引量は最大でも全体の0.3%となった。オプションの保有量(売却量)が増大するとともに、ヘッジ取引量も増大するが、いずれの場合もポジティブガンマポジションの方がネガティブガンマポジションよりもヘッジ取引量が多い結果となった。次に、図6にオプションのポジションが50単位の際の1回あたりのヘッジ注文量と毎期のヘッジミスの値を示した。1回目のヘッジ取引における大量発注後は、5単位前後の売買となっている。またヘッジミスは全期間を通して1以下となっており、ヘッジ取引が成功していることが分かる。

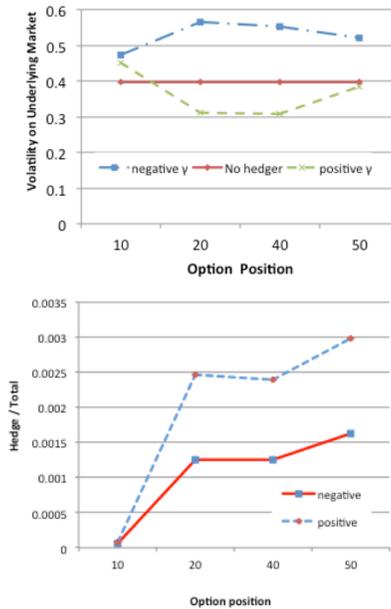


図5: 原資産市場のボラティリティ(上段)と全売買高に占めるヘッジ注文の割合(下段)

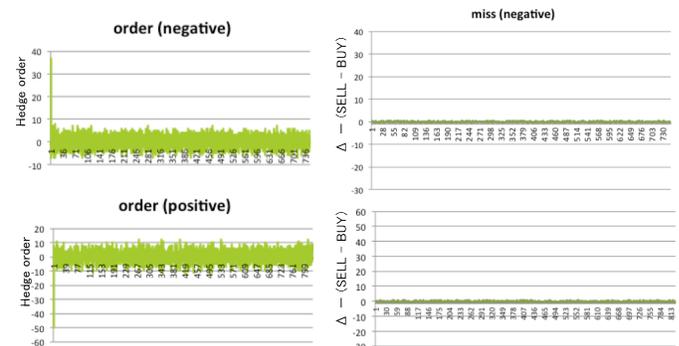


図6: 離散ヘッジのヘッジ注文量(左)とヘッジミス(右)

4.2 実験2: リアルタイムヘッジ

次に、2節で触れたFrayの理論モデルと同様に、1セッション中に何度でもヘッジ注文を出すことのできるリアルタイム

ヘッジの検証を行った。グローバルトレーダはデルタの絶対値が1を超えたタイミングでヘッジ注文を出している。図7(上段)に原資産市場のボラティリティへの影響を示す。

リアルタイムヘッジを行った場合、ポジティブガンマポジションであっても、ネガティブガンマポジションであってもボラティリティを高める効果を持つことが示された。図7(下段)に示したように、ヘッジ注文の約定率が最大で全体の10%を超え、大きなヘッジミスが発生する場面が見られることから(図8)ヘッジ注文の流入により原資産価格が大きく変化し、デルタの変動が激しくなったことでヘッジ取引が困難になっていることがうかがえる。この現象はFrayらのモデルでは検証できない事象であり、人工市場モデルによって明らかになった現象である。

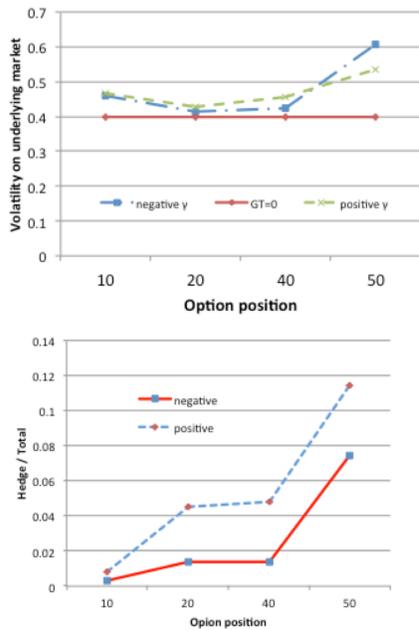


図7: 原資産市場のボラティリティ(上段)と全売買高に占めるヘッジ注文の割合(下段)

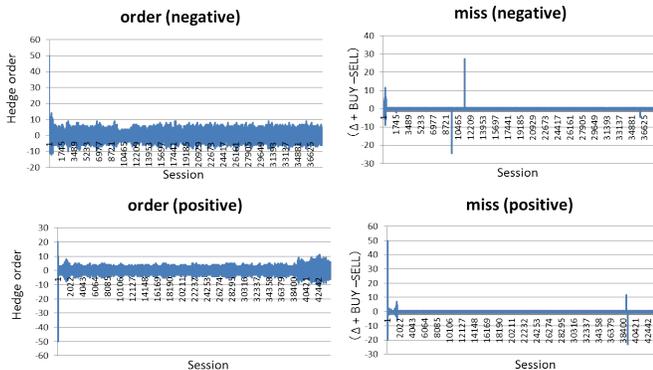


図8: リアルタイムヘッジのヘッジ注引量(左)とヘッジミス(右)

5. まとめ

本研究は、これまで長年議論となってきたデリバティブ市場と原資産市場の関係性を明らかにすることを目的としており、今回はオプションポジションを抱える投資家のヘッジ取引のインパクト分析を行った。その結果、より現実的なヘッジタイミング(1セッションあたり1回のヘッジ)では、オプションのポジションを保有する投資家のヘッジ行為は、全体のわずか0.1%から0.3%程度であるにも関わらず最大で14%程度のボラティリティ上昇(低下)させる結果となった。

一方、リアルタイムヘッジの場合、ヘッジ注文の約定率は高まるものの、オプションの売り方、買い方に関わらずヘッジ注文が原資産市場のボラティリティを高めることが分かった。リアルタイムヘッジでは大量のヘッジ注文によりヘッジミスが拡大し、ヘッジ取引が困難な状況が発生したが、これは人工市場モデルによって初めて明らかになった現象である。

今後は、ヘッジインパクトの理論モデルとの比較を行う。また、モデルの拡張の観点からオプション市場自体のスタイライズドファクトの検証を実施し、本研究の目的である複数市場の相互作用についてさらに検証を進めていく。複数市場が相互作用し、それぞれの市場にどういった影響を与えるのかについては、ミクロ、マクロの両視点での分析を行う予定であり、各市場のエージェントの構成や、デリバティブ市場では不可欠なアービトラージャーの影響についても考えていく。

参考文献

- [Darley et al. 2007] Vince Darley, Alexander V Outkin, A Nasdaq Market Simulation Insights on a Major Market from the Science of Complex Adaptive Systems, World Scientific (2007).
- [Frey 2000] R. Frey, :Market Illiquidity as a Source of Model Risk, in Dynamic Hedging in R. Gibson, ed.: Model Risk(RISK Publications, London) (2000).
- [Wang et al. 2012] C. Wang, K. Izumi, T. Mizuta, and S. Yoshimura, Investigating the Impact of Market Maker Strategies: a Multi-agent Simulation Approach, Proceedings of 4th World Congress on Social Simulation (2012).
- [Frijns et al. 2010] B. Frijns, Thorsten Lehnert, Remco C.J. Zwinkels, Behavioral heterogeneity in the option market, Journal of Economic Dynamics & Control, Vol. 34, pp.2273-2287 (2010).
- [Chiarella et al. 2009] Chiarella, Carl, Giulia Iori, and Josep Perell. The Impact of Heterogeneous Trading Rules on the Limit Order Book and Order Flows. Journal of Economic Dynamics and Control 33.3 pp525-37 (2009).