2D5-OS-03b-2

条件文解析のための一階述語条件論理と近傍層意味論

First-order Conditional Logic and Neighborhood-sheaf Semantics for Analyzing Conditional Sentences

山本 華子　　戸次 大介
Hanako Yamamoto　　Daisuke Bekki

お茶の水女子大学大学院 人間文化創成科学研究科
Graduate School of Humanities and Sciences, Ochanomizu University

Neighborhood-sheaf semantics(NSS) is semantics of first-order modal logic defined by sheaves [Kishida 2011]. It generalizes Kripke-sheaf and topological-sheaf semantics. It has flexibility and possibility of various applications. We present an analysis of conditional sentences by means of conditional logic. Conditoinal logic is one of modal logics and can represent implicit premise. Each system of conditional logic has Kripke semantics respectively. We try to extend Kripke semantics of conditional logic using NSS. New semantics is expected to grasp concepts of conditional logic–for example, transworld identity–more naturally.

1. はじめに

本研究では、近傍層意味論 (Neighborhood-sheaf semantics[Kishida 2011]、以下 NSS) を用いて一階述語条件論理の意味論を与え、体系 VC^+ [Priest 2008] の意味論を定義した。

近傍意味論は、ある世界に "近い" 世界の集合が複数個存在することを許すという点において、クリプキ意味論に比べ一般性が高い意味論である。一方、条件論理のクリプキ意味論は、ある世界からの到達可能性が、添字となる論理式ごとに異なる特殊なクリプキフレームを用いている。近傍意味論の上記の特徴から、この特殊なクリプキフレームを表すことができると考えた。

2. 一階述語条件論理

条件論理は様相論理の一種であり、古典論理では表せない暗黙の前提を扱うことのできる論理である。暗黙の前提が扱えることが条件文の分析に必要であることは、次の例からわかる。古典論理では、前件強化と呼ばれる以下の推論が成り立つ。

$$A \to B \vdash A \wedge C \to B$$

しかし、これを自然言語で考えると次の例のように不自然な推論が導かれる。[Priest 2008]

(1) If it does not rain tomorrow we will go to the cricket. Hence, if it does not rain tomorrow and I am killed in a car accident tonight we will go to the cricket.

条件文は、前提部分の条件に暗黙に含まれる事項が省略されている。このため古典論理では、自然言語で考えれば成り立たないはずの不適切な推論が導かれる。これを防ぐために、前提部分の暗黙の了解を含む節 (ceteris paribus clause) を考慮した条件論理が考えられた。
条件論理の体系については、まず C が提案され、様々な拡張の体系が考案されている。[Chellas 1980]

連絡先: 山本 華子，お茶の水女子大学大学院人間文化創成科学研究科，東京都文京区大塚 2-1-1，yamamoto.hanako@is.ocha.ac.jp

2.1 様相論理と可能世界意味論

本節では、条件論理を含んでいる大枠である様相論理とその可能世界意味論について、一階命題様相論理を例に紹介する。

様相論理は必然性や蓋然性を扱う論理であり、次のような様相記号が導入される。

- $\Box\varphi$: necessarily φ
- $\Diamond\varphi$: possibly φ　　($\Diamond\varphi \equiv \neg\Box\neg\varphi$ と表せる)

様相論理の意味論として用いられるのが可能世界意味論 [Kishida 2011] である。一階命題論理の部分に対する意味論はどの可能世界意味論でも共通である。様相記号の解釈のみが意味論ごとに異なる。

定義 2.1 (一階命題論理の可能世界意味論)

一階命題論理の可能世界意味論は、次のように定義される。

- $(X, [\![\cdot]\!])$: モデル
  X は可能世界の集合、$[\![\cdot]\!]$ は解釈である。
  任意の論理式 φ に対し、$[\![\varphi]\!] \subseteq X$
  つまり、ある論理式に対する真偽値とは、その論理式が真となるような世界からなる、X の部分集合である。解釈が自明の場合、単に X と表す。
- n 項演算子 $\otimes$ の解釈は次のようなる。
  $[\![\otimes(\varphi_1, ...\varphi_n)]\!] = [\![\otimes]\!]([\![\varphi_1]\!], ...[\![\varphi_n]\!])$
- 真理関数の解釈は次のように集合の演算となる。
  $[\![\wedge]\!] = \cap$、$[\![\vee]\!] = \cup$、$[\![\neg]\!] = X \backslash -$

妥当性に関しては次のように定義される。

- 論理式 φ が妥当 $\Leftrightarrow [\![\varphi]\!] = X$
- 推論 $\varphi \models \psi$ が妥当 $\Leftrightarrow [\![\varphi]\!] \subseteq [\![\psi]\!]$

様相記号の解釈 $[\![\Box]\!]$ は、各意味論で次のように定義される。

- クリプキ意味論では、到達可能関係 $R_X \subseteq X \times X$ を用いて次のように $[\![\Box]\!] : \mathcal{P}X \to \mathcal{P}X$ が定義される:
  $w \in [\![\Box]\!](A)$

$\Leftrightarrow R_X wu$ を満たす全ての $u \in X$ について $u \in A$
(X, R_X) をクリプキフレームという。

- 近傍意味論では、$[\![\Box]\!] = \mathbf{int}$ であるが、これは近傍関数 $\mathcal{N}_X : X \to \mathcal{PP}X$ を用いて次のように定義される。

$$w \in \mathbf{int}(A) \Leftrightarrow A \in \mathcal{N}_X(w)$$

$(X, \mathcal{N}_X)$ を近傍フレームという。

様相論理の体系には、以下のような 5 つの規則の有無による強弱関係が存在する。近傍フレームは近傍関数の性質によって、5 つの規則の有無を自由に定められる。このため、複数の体系に対応する意味論を構成することができる。

$$\frac{\varphi \vdash \psi}{\Box\varphi \vdash \Box\psi} \qquad \mathbf{M}$$

$$\frac{\vdash \varphi}{\vdash \Box\varphi} \qquad \mathbf{N}$$

$$\Box\varphi \wedge \Box\psi \vdash \Box(\varphi \wedge \psi) \qquad \mathbf{C}$$

$$\Box\varphi \vdash \varphi \qquad \mathbf{T}$$

$$\Box\varphi \vdash \Box\Box\varphi \qquad \mathbf{4}$$

2.2 一階述語条件論理の諸体系

[Priest 2008][*1]では、条件論理の体系が、C の一階述語の体系 CC から VC^+ まで拡張されている。
条件論理では、2 項真理関数としての条件記号 $>$ が導入される。$>$ が導入された言語 C の式を $\mathcal{F}$ とすると、意味論はクリプキフレーム $(X, \{R_{X,A} : A \in \mathcal{F}\})$ によって定まる。通常のクリプキフレームと異なり、到達可能関係が論理式ごとに定義される。$N^w_{X,A} = \{x \in X : R_{X,A}wx\}$ とすると、$A > B$ の真理条件は次のように定義される。

$$w \in [\![A > B]\!] \Leftrightarrow N^w_{X,A} \subseteq [\![B]\!]$$

C^+ では、次のような条件が追加される。
1. $N^w_{X,A} \subseteq [\![A]\!]$
2. $w \in [\![A]\!]$ ならば $w \in N^w_{X,A}$

CC、CC^+ は可能世界に対し領域を固定した一階述語条件論理である。VC、VC^+ は、CC、CC^+ を、領域を可能世界に対し可変にすることによって拡張した体系である。領域が可変であることにより、世界ごとに実在するオブジェクトが異なることを考慮することができる。可変領域のために存在述語 $\mathfrak{E}$ が導入される。「a が存在する」を $\mathfrak{E}a$ と表し、量化記号の解釈は $[\![\mathfrak{E}]\!]$ の範囲内で行う。古典論理と異なり、実在しないものに対する量化記号の規則が定式化されていることが利点である。

3. 近傍層意味論 (Neighborhood-sheaf semantics : NSS)

本節では、近傍層意味論の定義を紹介し、一般性の高い意味論であることを示す。[Kishida 2011]

*1 本節では、後に [Kishida 2011] を用いて表す都合上、定義の表記は引用元でなく NSS に合わせている。

3.1 クリプキ意味論と近傍意味論

一階述語様相論理において近傍層意味論はクリプキ層意味論を一般化するが、この一般化関係は一階命題論理におけるクリプキ意味論と近傍意味論の一般化関係が基となっている。[Kishida 2011]

近傍関数を用いて、クリプキの到達可能関係を次のように定義することができる [Arló and Pacuit 2006]。まず、近傍フレームにクリプキという性質を加える:
近傍フレームがクリプキ $\Leftrightarrow$
写像 $\vec{R} : X \to \mathcal{P}X$ で、 $(A \in \mathcal{N}(w) \Leftrightarrow \vec{R}(w) \subseteq A)$ を満たすものが存在する
このとき、クリプキ意味論が次のように構成される。
$w \in \mathbf{int}(A) \Leftrightarrow \vec{R}(w) \subseteq A \Leftrightarrow$ すべての $R_X wu$ となる $u \in X$ に対し、$u \in A$
よって近傍意味論はクリプキ意味論の一般化となる。

3.2 バンドル解釈

前節で紹介したクリプキ意味論、近傍意味論は、一階命題様相論理に対する意味論である。これらに対応する一階述語様相論理の意味論を考えると、それぞれクリプキ層意味論、近傍層意味論となる。この 2 つの意味論を定義するためには一階命題論理のときと同様、まず一階述語論理の部分に対する共通の可能世界意味論を与え（バンドル解釈)、様相記号の解釈は意味論ごとに与える。本節では、バンドル解釈の定義を紹介する。
バンドル解釈とは、通常の一階述語論理の解釈における領域を、可能世界の集合上の層として捉えたものである。バンドル解釈は、スライス圏 $\mathbf{Sets}/X$ を用いて定義される。X は通常の可能世界意味論と同様、可能世界の集合である。領域 D は、全射 $\pi : D \to X \in ob(\mathbf{Sets}/X)$ の、各 $w \in X$ における引き戻し $D_w = \pi^{-1}[\{w\}]$ (w 上のファイバー) を用いて表される。$(D = \Sigma_{w \in X} D_w)$
バンドル解釈は、ベースとなる世界を一つに固定すると通常の一階述語論理となる。直積、演算子なども同様に、次のように定義される。

- D の n 個の直積は、$D^n = \Sigma_{w \in X} D^n_w$($D$ の、X 上の n 個の fibered product)
- 演算子 $f \in mor(\mathbf{Sets}/X)$ ($\pi_D : D \to X$ から $\pi_E : E \to X$ への射) は、
  $f = \Sigma_{w \in X} f_w$ (ただし $f_w : D_w \to E_w$)
- モデル $\mathfrak{M}$ は、$\mathfrak{M} = \Sigma_{w \in X} \mathfrak{M}_w$
- 解釈 $[\![\cdot]\!]$ は、$[\![\cdot]\!] = \Sigma_{w \in X} [\![\cdot]\!]_w$

以上から、バンドル解釈はモデル $(\mathfrak{M}, [\![\cdot]\!])$ によって定まる。

$$\mathfrak{M} \begin{cases} \text{全射 } \pi : D \to X \\ F^{\mathfrak{M}} \subseteq D^n \ (F \text{ は } n \text{ 項述語}) \\ \mathbf{Sets}/X \text{ の射 } f^{\mathfrak{M}} : D^n \to D (f \text{ は } n \text{ 項の関数}) \\ \mathbf{Sets}/X \text{ の射 } c^{\mathfrak{M}} : D^0 (= X) \to D \ (c \text{ は定数}) \end{cases}$$

$$\text{解釈}^{*2}\ [\![\cdot]\!] \begin{cases} n \text{ 項述語 } F : [\![\bar{x}|F\bar{x}]\!] = F^{\mathfrak{M}} \ (\bar{x} \in D^n) \\ n \text{ 項演算子 } \otimes : \\ \quad [\![\otimes(\varphi_1, ...\varphi_n)]\!] = [\![\otimes]\!]([\![\varphi_1]\!], ...[\![\varphi_n]\!]) \\ \text{各真理関数:} \\ \quad [\![\wedge]\!] = \cap\text{、}[\![\vee]\!] = \cup\text{、}[\![\neg]\!] = D^n \backslash - \ (n \in \mathbb{N}) \\ \text{量化記号：} [\![\bar{x}|\exists y\varphi]\!] = p^{n+1}_n [\![\bar{x}, y|\varphi]\!] \\ \quad (\ p_n : D^{n+1} \to D^n :: (a_1, \ldots, a_n, b) \mapsto \bar{a}\ ) \end{cases}$$

*2 $\bar{a} = (a_1, \ldots, a_n)$ と略記する。

妥当性については、D^n 上で前述と同様に定義される。

3.3 NSS

クリプキ層意味論、NSS は、バンドル解釈に次のような条件を追加することで得られる。

- $\mathbf{Sets}/X$ を、それぞれより制限されたスライス圏に置き換える。これに伴い、モデルの構成要素に条件が加わる。
- それぞれに様相記号の解釈 $[\![\Box]\!]$ を定義する。
  解釈のために、異なる世界の間で同一視できるオブジェクト同士の関係である、貫世界同一性を定める。

クリプキ層意味論は、$\mathbf{Sets}/X$ の代わりに、クリプキフレーム (X, R_X) 上のクリプキ層のスライス圏 $\mathbf{Krsh}/(X, R_X)$ を考える。モデルにおける対象、射はすべてクリプキ層となる。

定義 3.1 (クリプキ層)

クリプキフレーム (X, R_X)、(D, R_D) が与えられたとき、写像 $\pi : D \to X$ が p-モルフィズムであるとは、

- π は単調、つまり $R_D ab$ ならば $R_X f(a) f(b)$
- $R_X \pi(a) w$ ならば、$R_D ab$ かつ $w = \pi(b)$ を満たすような $b \in D$ が存在する。

p-モルフィズム $\pi : D \to X$ がクリプキ層であるとは、上の p-モルフィズムの定義のような $b \in D$ が唯一つに決まることである。つまり $R_X uw$ を満たす任意の組 $u, w \in X$ に対し、次を満たす写像 $C_{uw} : D_u \to D_w$ が存在する:
任意の組 $a \in D_u, b \in D_w$ に対し、$R_D ab \Leftrightarrow C_{uw}(a) = b$

$[\![\Box]\!]$ は D^n 上で命題論理と同様に定義される。D^n 上の到達可能関係 R_{D^n} は、R_D を用いて次のように定まる。

$$R_{D^n}(\bar{a}, \bar{b}) \Leftrightarrow \text{すべての } i \leq n \text{ に対し } R_D a_i b_i$$

NSS は次のように定義される。まず、$\mathbf{Sets}/X$ の代わりに、様相論理の規則 $\mathbf{M}$、$\mathbf{C}$ を満たす MC 近傍フレーム $(X, \mathcal{N}_X)$ 上の近傍層のスライス圏 $\mathbf{LI}/X$ を考える。モデルにおける対象、射はすべて近傍層となる。

定義 3.1 (近傍層)

MC 近傍フレーム X、D が与えられたとき、写像 $\pi : D \to X$ が局所同型であるとは、

- π が開写像
  (任意の $B \subseteq X$ に対し $\pi^{-1}[\mathbf{int}_X(B)] = \mathbf{int}_D(\pi^{-1}[B])$)
- $\mathcal{N}_D(a) \neq \emptyset$ となる任意の $a \in D$ に対し $\pi|_U : U \to \pi[U]$ が全単射となる $U \in \mathcal{N}_D(a)$ が存在する

このような (D, π) を X 上の近傍層という。

$[\![\Box]\!]$ は D^n 上で命題論理と同様に $[\![\Box]\!] = \mathbf{int}_{D^n}$ と定義される。$\mathcal{N}_{D^n}$ は、$\mathcal{N}_D$ を用いて定義される。

$\bar{a} \in D^n$ に対し、$\mathcal{B} : D^n \to \mathcal{PP}D^n$ を、$\mathcal{B}(\bar{a}) = \{\cap_{i \leq n}(q_n^i)^{-1}[U_i] | \forall i \leq n, U_i \in \mathcal{N}_D(a_i)\}$ ($q_n^i : D^n \to D :: (a_1, ..., a_n) \mapsto a_i$) とし、次のように定義する。

集合Aに対し、$A \in \mathcal{N}_{D^n}(\bar{a})$
$\Leftrightarrow B \subseteq A$ となる任意の B に対し $B \in \mathcal{B}(\bar{a})$

MC 近傍フレームはクリプキフレームの一般化であり、近傍層はクリプキ層の一般化である。貫世界同一性についても一般化された定義であることがわかる。従って、NSS はクリプキ層意味論の一般化となる。

NSS は規則を追加しなければ、**FOMC** という、一階述語論理に **M** と **C** を加えた論理の意味論に対応している。クリプキ層意味論は **FOK** という体系の意味論に対応しており、**FOMC** を拡張することによって得られる体系である。したがって NSS は、定義の自由度が非常に高い意味論である。

4. 一階述語条件論理の近傍層意味論

本節では、近傍層において、ある点の近傍に論理式の添え字を付けることによって、一階述語条件論理の体系 VC^+ の NSS を与える。

2 節から分かるように、NSS の一般性の高さには次のような理由がある。

- ある点における近傍族が複数個の元をもつことを許している
  （クリプキ意味論では 1 個のみとなる）
- 近傍族に必要な性質が少ない

また 2 節で述べたように、条件論理の意味論は、ある世界における到達可能性が論理式ごとに異なる特殊なクリプキフレームで表される。この特徴と、上記の NSS の特徴、とくにある点の近傍族の元が複数個でもよいという点には類似性がみられる。この類似性から、NSS を用いて一階述語条件論理の意味論を表すことができると考えられる。さらに、NSS を用いる利点として、一階述語条件論理の概念である存在述語、可変領域がただちに形式化されるという点がある。
この意味論を NSS で表すことができれば、条件論理の特殊なクリプキフレームも、通常のクリプキフレームとともに NSS という一つの理論を用いて形式化できることがわかり、NSS が非常に一般性の高い意味論であることが示される。
以下、近傍層を用いた VC^+ の意味論の定義を与え、この定義から既存のクリプキ意味論を構成できることを示す。

4.1 VC^+ の NSS の定義

一階述語条件論理の NSS を与える基本的なアイデアは、ある点の近傍族の元に論理式で添え字付けし、その点の貫世界同一性を論理式ごとに区別するという方法である。
まず、VC^+ の統語論は、存在述語と可変領域を考慮し、以下のようになる。

$$\begin{aligned} \mathcal{F} &::= p \mid \neg\mathcal{F} \mid \mathcal{F} \wedge \mathcal{F} \mid \mathcal{F} \vee \mathcal{F} \mid \mathcal{F} \to \mathcal{F} \mid \mathcal{F} \leftrightarrow \mathcal{F} \\ &\quad \mid \Box\mathcal{F} \mid \Diamond\mathcal{F} \mid \mathcal{F} > \mathcal{F} \mid \forall x\mathcal{F} \mid \exists x\mathcal{F} \mid \mathfrak{E} \\ \tau &::= c \mid x \end{aligned}$$

VC^+ の NSS を与えるため、近傍層 $\pi : D \to X$ にいくつか条件を加える。これらの条件を (*) とする。

- 任意の $\bar{a} \in D^n$ $(n \in \mathbb{N})$ に対し、近傍族 $\mathcal{N}_{D^n}(\bar{a})$ の元は、高々加算個とする。これは論理式が高々加算個であることによる。
- D^n (ただし $D^0 = X$) の点における近傍に添字として付けられる論理式は、自由変数が n 個であるような論理式

のみであるとする。これは、NSS においては自由変数を n 個だけ持つような論理式の解釈が D^n の部分集合となるためである。一方、[Priest 2008] の一階述語条件論理の意味論では、自由変数の数に関わらず可能世界の集合上で到達可能関係を定義しているため、この点においてこの理論は既存の条件論理の意味論とは異なる。

- 自由変項に定数が代入された式の解釈は、NSS の定義に従って次のように定義される。自由変項が $(\bar{x}, y)$ $(\bar{x} \in D^n)$ のみであるような論理式 A の変項 y に定数 c を代入した論理式を $A(\bar{x}, y)[c/y]$ とすると、

$$[\![\bar{x} | A(\bar{x}, y)[c/y]]\!] = \Sigma_{w \in X} \{\bar{x} \in D^n_w | (\bar{x}, c^{\mathfrak{M}}(w)) \in [\![\bar{x} | A\bar{x}]\!]\}$$

定義 4.1 (VC^+ の NSS)

$\pi : D \to X$ を、(*) 及び次の条件を満たす近傍層とする。

- 点 $\bar{a} \in D^n$ における、論理式 A を添字とする近傍を $N^{\bar{a}}_{D^n, A}$ とする。A の自由変数は n 個とする。任意の $\bar{a} \in D^n (n \geq 1)$ 及び任意の論理式 A に対し、$N^{\bar{a}}_{D^n, A} \in \mathcal{N}_{D^n}(\bar{a})$ と $N^{\pi^n(\bar{a})}_{X, A\bar{b}} \in \mathcal{N}_X(\pi(a))$ の間に以下のような関係が成り立つ。

$$N^{\bar{a}}_{D^n, A} = (\textstyle\bigcup_{\bar{b} \in [\![\bar{x} | A\bar{x}]\!]} M_{\bar{b}})$$

(ただし $M_{\bar{b}}$ は、$M_{\bar{b}} \in \mathcal{N}_{D^n}(\bar{a})$ で、$\pi^n(M_{\bar{b}}) = N^{\pi^n(\bar{a})}_{X, A\bar{b}} \in \mathcal{N}_X(\pi^n(\bar{a}))$ を満たすもの)

- $D^0 = X$ は C^+ の条件を満たす。

このとき、条件記号 $>$ の解釈は次のように定義される。

$$\bar{a} \in [\![\bar{x} | (A > B)\bar{x}]\!] \Leftrightarrow N^{\bar{a}}_{D^n, A} \subseteq [\![\bar{x} | B\bar{x}]\!]$$

まず、次の補題が成り立つ。

補題 4.1

NSS において、X が C^+ の条件 **1**、**2** を満たすならば、D^n $(n \geq 1)$ も C^+ の条件 **1**、**2** を満たす。

この NSS から、3.1 節で述べたのと同様に、クリプキ意味論を構成する。
まず、写像 $\vec{R}$ にあたるものとして、写像族 $\{\vec{R}_A : D^n \to \mathcal{P}D^n | A$ の自由変数は n 個 $(n \in \mathbb{N}), \bar{a} \in D^n$ に対し $\vec{R}_A(\bar{a}) = N_{D^n, A}\}_{A \in \mathcal{F}}$ を考える。このとき、$\bar{a} \in [\![\bar{x} | (A > B)\bar{x}]\!] \Leftrightarrow \vec{R}_A(\bar{a}) \subseteq [\![\bar{x} | B\bar{x}]\!]$ と定めると、$\bar{a} \in [\![\bar{x} | (A > B)\bar{x}]\!] \Leftrightarrow R_{D^n, A}\bar{a}\bar{b}$ となる任意の $\bar{b} \in D^n$ に対し $\bar{b} \in [\![\bar{x} | B\bar{x}]\!]$ が成り立つ。3.1 節と同様に構成されているので、各 $D^n (n \in \mathbb{N})$ において、クリプキ意味論と NSS の意味論的等価性が成り立つ。よって全体として、クリプキ層意味論との等価性が示されたことになる。

定理 4.1

VC^+ の体系の NSS から、その VC^+ のクリプキ層意味論が構成される。

5. まとめと今後の課題

NSS を用いて一階述語条件論理の意味論を表した。また NSS から一階述語条件論理のクリプキ層意味論を構成し、この 2 つの意味論間の等価性を示した。一階述語条件論理には VC^+ からさらに拡張した体系が存在するため、そのような拡張した体系にも NSS が対応できるかどうかなどが今後の課題となる。

参考文献

[1] Arló-Costa, H. and Pacuit,E. (2006) First-order classical modal logic, Studia Logica **84**, pp.171-210.

[2] Awodey, S. and Kishida, K. (2008) Topology and modality: the topological interpretation of first-order modal logic, Review of Symbolic Logic 1, pp.146-166.

[3] Chellas, B. (1980) *Modal Logic: an Introduction*, Cambridge University Press.

[4] Gabbay, D. M., Shehtman, V., and Skvortsov, D. (2009) *Quantification in Nonclassical Logic*, Volume 1, Elsevier, Oxford.

[5] Ghilardi, S. (1989) Presheaf semantics and independence results for some non classical first order logics, Archive for Mathematical Logic **29**, pp. 125-136.

[6] Goldblatt, R. (2006) *Topoi*, Dover Publications.

[7] Kishida, K. (2011) Neighborhood-Sheaf Semantics for First-Order Logic, Electronic Notes in Theoretical Computer Science 278, pp.129-143.

[8] Kripke, S. (1963) *Semantical considerations on modal logic*, Acta Philosophica Fennica **16**, pp. 83-94; reprinted in Linsky,L., editor, (1971) *Reference and Modality*, Oxford University Press, London, pp. 63-72.

[9] Montague, R. (1970) Universal grammar, Theoria **36**, pp.373-398.

[10] Ozaki, Y. and Bekki, D. (2011) Conditional Logic Cb and its Tableau System, In Logical Aspects of Computational Linguistics (6th international conference, LACL2011, Montpellier, France, June/July 2011 Proceedings), LNAI 6736, pp.190-204, Springer.

[11] Priest, G. (2008) *An Introduction to Non-Classical Logic*, Cambridge University Press.

[12] 尾崎有梨, 戸次大介 (2012)「一階述語条件論理 VCb(CI) とそのタブローシステム」,『第 14 回プログラミングおよびプログラミング言語ワークショップ (PPL2012) 論文集』, 南紀白浜 むさし（和歌山県）, 2012/3/8-10, pp.67-81,

[13] Scott, D. (1970) Advice on modal logic, in: Lambert, K., editor "Philosophical Problems in Logic", Reidel,D., Dortrecht, pp.143-173.